

3.1 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνιών μεγαλύτερων των 360° και αρνητικών γωνιών

$$\begin{aligned}\eta\mu (\kappa \cdot 360^\circ + \omega) &= \sigma\upsilon\nu\omega \\ \sigma\upsilon\nu (\kappa \cdot 360^\circ + \omega) &= \sigma\upsilon\nu\omega \\ \epsilon\phi (\kappa \cdot 360^\circ + \omega) &= \epsilon\phi\omega \\ \sigma\phi (\kappa \cdot 360^\circ + \omega) &= \sigma\phi\omega\end{aligned}$$

όπου $\kappa \in \mathbb{Z}$ (ακέραιος) δηλ. $\kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (σελ.52)

Αριθμητική εφαρμογή

Να βρεθούν οι Τριγωνομετρικοί Αριθμοί των α) 750° β) -330° .

ΛΥΣΗ

ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon, \text{ όπου } 0 \leq \upsilon < \delta.$$

α) Τριγωνομετρικοί αριθμοί των 750°

$$\text{Π.χ. } 750^\circ : 360^\circ = ?$$

$$\Delta = 750^\circ, \delta = 360^\circ, \pi = 2, \upsilon = 30^\circ$$

$$\text{Άρα : } 750^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 30^\circ$$

$$\eta\mu 750^\circ = \eta\mu (2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$\sigma\upsilon\nu 750^\circ = \sigma\upsilon\nu (2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\epsilon\phi 750^\circ = \epsilon\phi (2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sigma\phi 750^\circ = \sigma\phi (2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \sigma\phi 30^\circ = \sqrt{3}$$

β) Τριγωνομετρικοί αριθμοί των $-330^\circ = -1 \cdot 360^\circ + 30^\circ$

$$\eta\mu(-330^\circ) = \eta\mu (-1 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$\sigma\upsilon\nu(-330^\circ) = \sigma\upsilon\nu (-1 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\epsilon\phi(-330^\circ) = \epsilon\phi (-1 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sigma\phi(-330^\circ) = \sigma\phi (-1 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \sigma\phi 30^\circ = \sqrt{3}$$

Τριγωνομετρικοί Αριθμοί των 30°, 45 και 60°.

ω	30°	45°	60°
ημ ω	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συν ω	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
εφ ω	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
σφ ω	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ημίτονο → **123**Συνημίτονο → **321**

$$\mathbf{\varepsilon\varphi 30^\circ = \frac{\eta\mu 30^\circ}{\sigma\upsilon\nu 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \sigma\varphi 60^\circ.}$$

$$\mathbf{\varepsilon\varphi 60^\circ = \frac{\eta\mu 60^\circ}{\sigma\upsilon\nu 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot 1} = \sqrt{3} = \sigma\varphi 30^\circ.}$$

Σημείωση : Έγινε χρήση των Βασικών Τριγ. Ταυτοτήτων 1 και 3 της παραγράφου 3.2.