

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A\Delta$ και AE αντίστοιχα η εσωτερική και η εξωτερική διχοτόμος της γωνίας A (Δ, E σημεία της ευθείας $B\Gamma$). Φέρουμε BZ κάθετη στην $A\Delta$ και BH κάθετη στην AE και θεωρούμε M το μέσο του $\Delta\Gamma$.

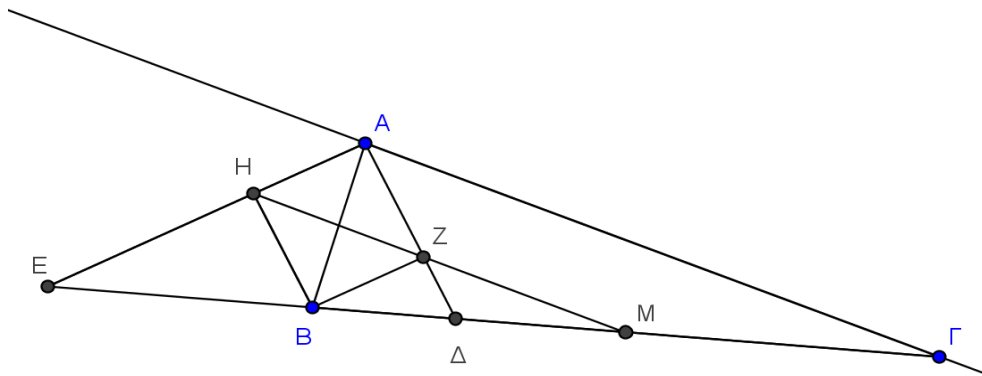
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AZBH$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 5)

β) Η γωνία HZA είναι ίση με τη γωνία ZAG . (Μονάδες 6)

γ) Η ευθεία HZ διέρχεται από το M . (Μονάδες 6)

δ) $MH = \frac{AB + A\Gamma}{2}$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A\Delta$ και AE αντίστοιχα η εσωτερική και η εξωτερική διχοτόμος της γωνίας A (Δ, E σημεία της ευθείας $B\Gamma$). Φέρουμε BZ κάθετη στην $A\Delta$ και BH κάθετη στην AE και θεωρούμε M το μέσο του $\Delta\Gamma$.

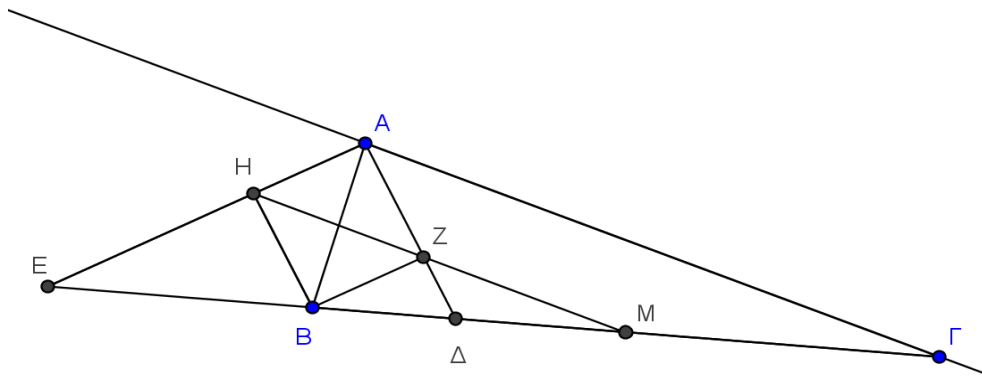
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AZBH$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 5)

β) Η γωνία HZA είναι ίση με τη γωνία ZAG . (Μονάδες 6)

γ) Η ευθεία HZ διέρχεται από το M . (Μονάδες 6)

δ) $MH = \frac{AB + A\Gamma}{2}$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$, η διχοτόμος του $A\Delta$ και ευθεία (ε) παράλληλη από το B προς την $A\Gamma$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρουμε ευθεία παράλληλη στην $A\Delta$ η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο Z , την ευθεία (ε) στο σημείο Λ και την προέκταση της BA στο σημείο E .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα AEZ και $B\Lambda E$ είναι ισοσκελή.

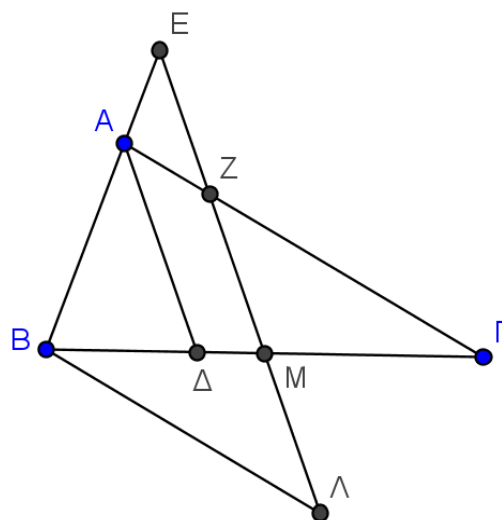
(Μονάδες 8)

β) $B\Lambda = \Gamma Z$.

(Μονάδες 9)

γ) $AE = A\Gamma - B\Lambda$.

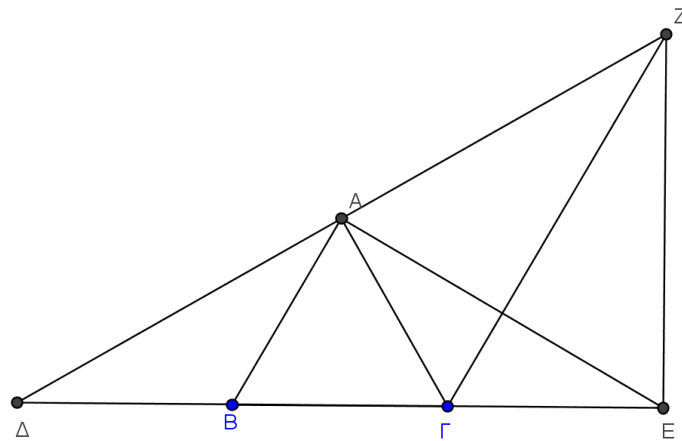
(Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και στην προέκταση της ΓB (προς το B) θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $B\Delta = B\Gamma$, ενώ στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $\Gamma E = B\Gamma$. Φέρουμε την κάθετη στην $E\Delta$ στο σημείο E , η οποία τέμνει την προέκταση της ΔA στο Z .

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $\Gamma A E$ και $B\Delta A$. (Μονάδες 8)
β) Να αποδείξετε ότι η ΓZ είναι μεσοκάθετος του $A E$. (Μονάδες 12)
γ) Να αποδείξετε ότι $AB \parallel \Gamma Z$. (Μονάδες 5)

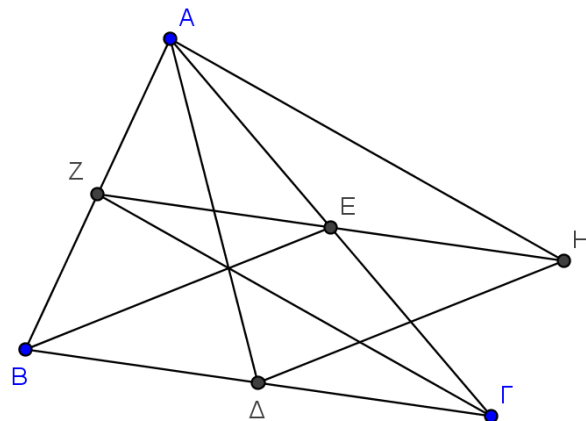


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διάμεσοί του AD , BE και ΓZ . Προεκτείνουμε το τμήμα ZE (προς το E) κατά τμήμα $EH = ZE$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $EH\Delta B$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)
- β) Η περίμετρος του τριγώνου $A\Delta H$ είναι ίση με το άθροισμα των διαμέσων του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 9)
- γ) Οι ευθείες BE και ΔH τριχοτομούν το τμήμα $Z\Gamma$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) με $B\Gamma = \Gamma\Delta = 2AB$ και K, Λ τα μέσα των $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$. Η παράλληλη από το K προς την AB τέμνει την $A\Lambda$ στο Z .

Να αποδείξετε ότι:

α) $B\Gamma = 2 \Delta Z$.

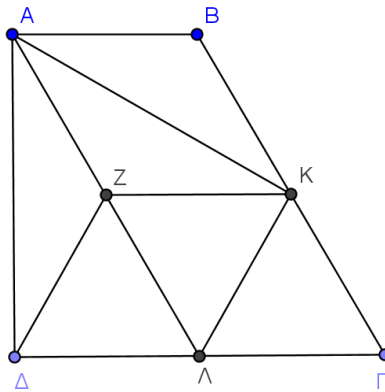
(Μονάδες 8)

β) Το τετράπλευρο $ZK\Gamma\Lambda$ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 9)

γ) $\hat{A\K\Lambda} = 90^\circ$.

(Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), και τυχαίο σημείο M της πλευράς $B\Gamma$. Από το σημείο M φέρουμε ευθεία κάθετη στην πλευρά $B\Gamma$ που τέμνει τις ευθείες AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Θ αντίστοιχα. Αν $A\Delta$ και AH τα ύψη των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A\Theta E$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) $\angle \hat{A}H = 90^\circ$.

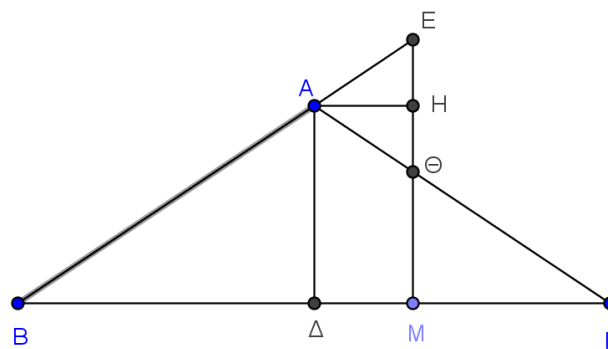
(Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο $A\Theta E$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 8)

γ) $M\Theta + ME = 2A\Delta$.

(Μονάδες 9)

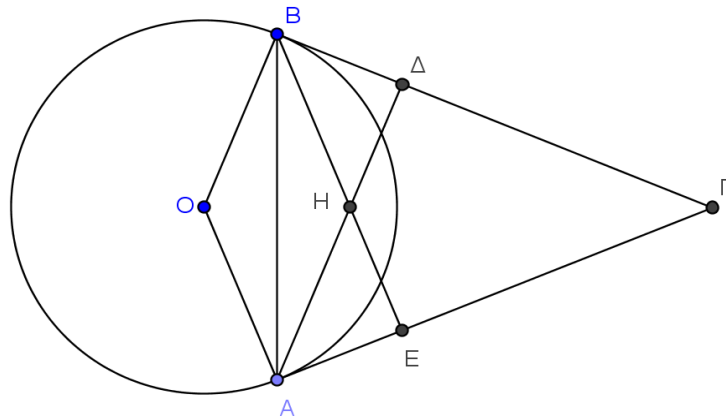


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος κέντρου O και δυο μη αντιδιαμετρικά σημεία του A και B . Φέρουμε τις εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία A και B οι οποίες τέμνονται στο σημείο Γ . Φέρουμε επίσης και τα ύψη AD και BE του τριγώνου $AB\Gamma$ τα οποία τέμνονται στο σημείο H .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο BHA είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- β) Το τετράπλευρο $OBHA$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 9)
- γ) Τα σημεία O, H, Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

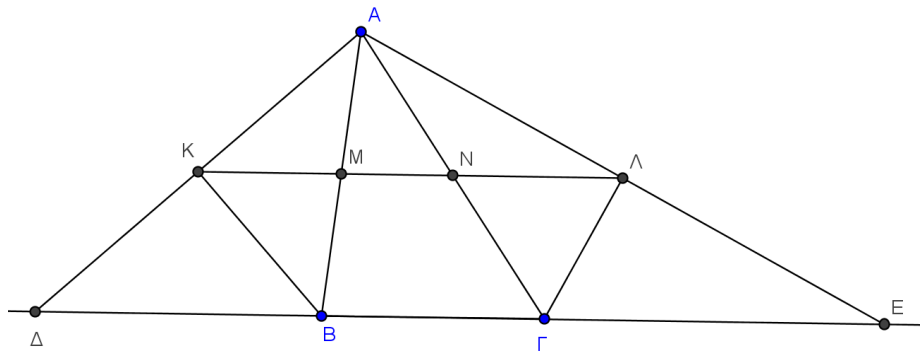
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και στην προέκταση της ΓB (προς το B) θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $B\Delta = AB$ ενώ στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $\Gamma E = \Gamma A$.

Αν οι εξωτερικοί διχοτόμοι των γωνιών B και Γ τέμνουν τις $A\Delta$ και AE στα σημεία K και Λ αντίστοιχα, και η $K\Lambda$ τέμνει τις AB και $A\Gamma$ στα σημεία M και N αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) Τα σημεία K και Λ είναι μέσα των $A\Delta$ και AE αντίστοιχα. (Μονάδες 8)

β) Τα τρίγωνα KMA και $AN\Lambda$ είναι ισοσκελή. (Μονάδες 9)

γ) $K\Lambda = \frac{AB + A\Gamma + B\Gamma}{2}$ (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και τυχαίο σημείο E στην πλευρά $\Delta\Gamma$. Φέρουμε τη διχοτόμο AZ της γωνίας EAB και την ΔH κάθετη από το Δ προς την AZ , η οποία τέμνει την AE στο M και την AB στο N .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $A\Delta N$ και ABZ είναι ίσα.

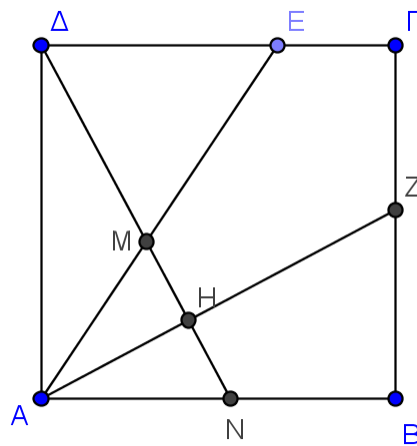
(Μονάδες 8)

β) $AM=AN$ και $\Delta E=EM$.

(Μονάδες 10)

γ) $AZ = \Delta E + BZ$

(Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και M το μέσο της πλευράς $\Delta\Gamma$. Φέρουμε κάθετη στην AM στο σημείο της M , η οποία τέμνει την ευθεία $A\Delta$ στο σημείο P και την $B\Gamma$ στο Σ .

Να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta P = \Sigma\Gamma$.

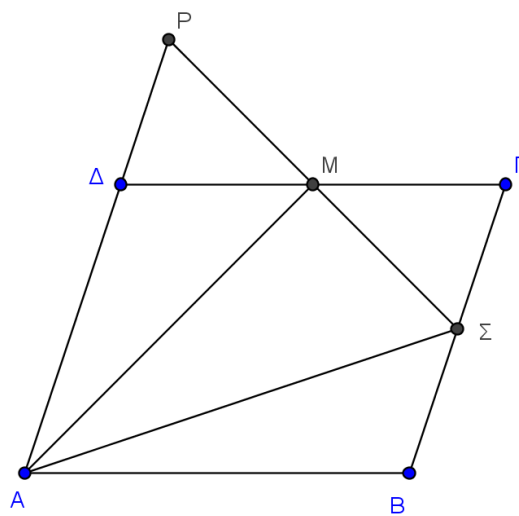
(Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο $AP\Sigma$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 8)

γ) $A\Sigma = A\Delta + \Gamma\Sigma$.

(Μονάδες 9)

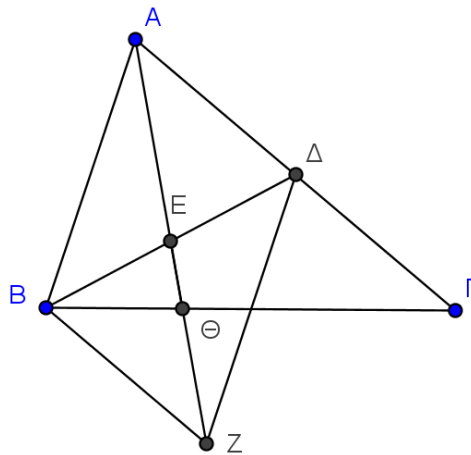


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και E το μέσο της διαμέσου BD . Στην προέκταση της AE θεωρούμε σημείο Z τέτοιο ώστε $EZ=AE$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $ABZ\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)
- β) Το τετράπλευρο $B\Delta\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)
- γ) Το σημείο Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου $B\Delta Z$. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του ΓE . Στην προέκταση της ΓB (προς το

Β) θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $B\Delta = \frac{B\Gamma}{2}$. Αν η ευθεία ΔE τέμνει την $A\Gamma$ στο Z και

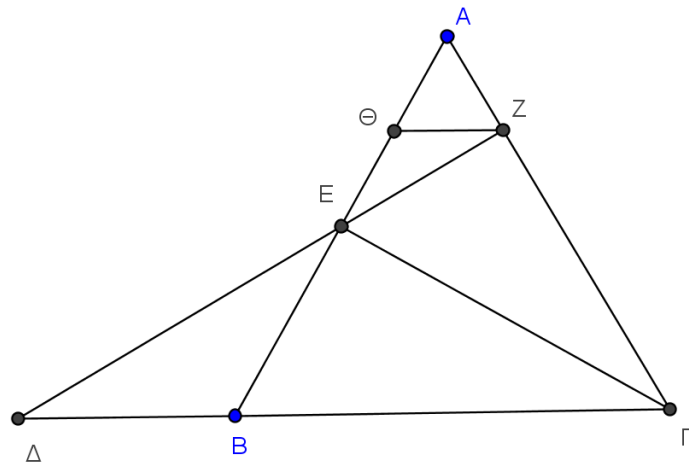
$Z\Theta \parallel B\Gamma$:

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta E$ είναι ισοσκελές και το τρίγωνο $A\Theta Z$ είναι
ισόπλευρο. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\Theta E Z$. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι $AE = 2 \Theta Z$. (Μονάδες 5)

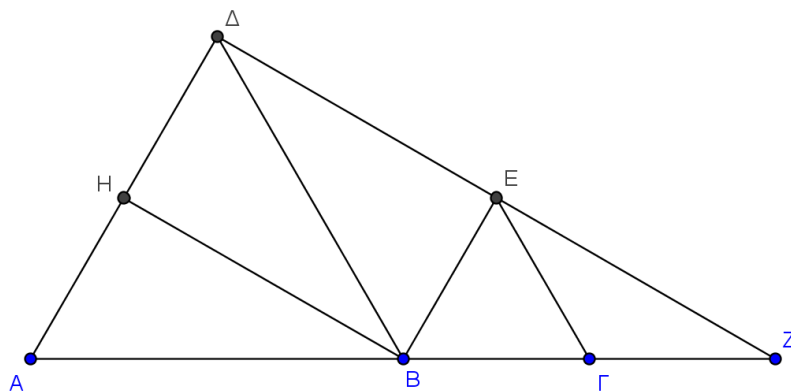
δ) Να αποδείξετε ότι $3AB = 4\Theta B$. (Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 4

Σε μια ευθεία (ϵ) θεωρούμε διαδοχικά τα σημεία A, B, Γ έτσι ώστε $AB = 2 B\Gamma$ και στο ίδιο ημιεπίπεδο θεωρούμε ισόπλευρα τρίγωνα $AB\Delta$ και $B\Gamma E$. Αν H είναι το μέσο του $A\Delta$ και η ευθεία ΔE τέμνει την ευθεία (ϵ) στο σημείο Z να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $BH\Delta E$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)
- β) Το τρίγωνο ΓZE είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- γ) Το τετράπλευρο $HE\Gamma A$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)

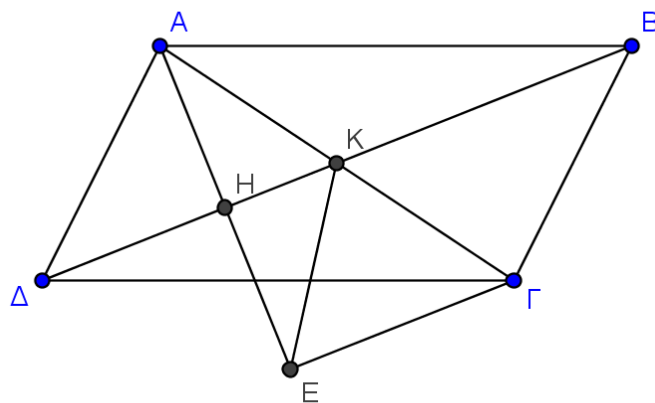


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και K το σημείο τομής των διαγωνίων του. Φέρουμε AH κάθετη στην $B\Delta$ και στην προέκταση της AH (προς το H) θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $AH = HE$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο AKE είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)
- β) Το τρίγωνο $AE\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 9)
- γ) Το τετράπλευρο $\Delta B\Gamma E$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

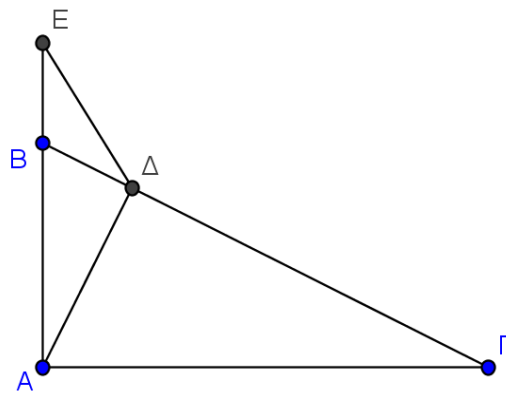
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με τη γωνία A ορθή και $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$. Φέρουμε το ύψος του $A\Delta$ και σημείο E στην προέκταση της AB τέτοιο ώστε $BE = B\Delta$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $B\Delta E$. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι:

i. $BE = \frac{AB}{2}$ (Μονάδες 8)

ii. $AE = \Gamma\Delta$ (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνίες B και Γ οξείες και Δ , M και E τα μέσα των πλευρών του AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Στις μεσοκάθετες των AB και $B\Gamma$ και εκτός του

τριγώνου $AB\Gamma$ θεωρούμε σημεία Z και H αντίστοιχα, τέτοια ώστε $\Delta Z = \frac{AB}{2}$

και $EH = \frac{B\Gamma}{2}$.

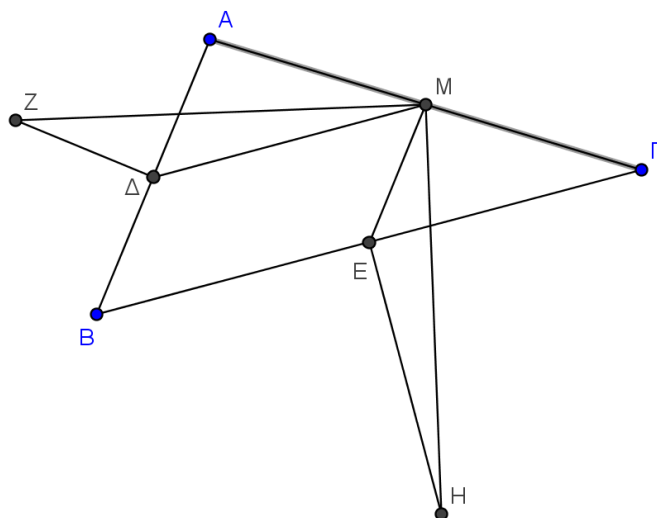
α) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τετράπλευρο $B\Delta ME$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 5)

ii. Τα τρίγωνα $Z\Delta M$ και EMH είναι ίσα. (Μονάδες 10)

β) Αν τα σημεία Z , Δ , E είναι συνευθειακά, να αποδείξετε ότι η γωνία $A=90^\circ$.

(Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4

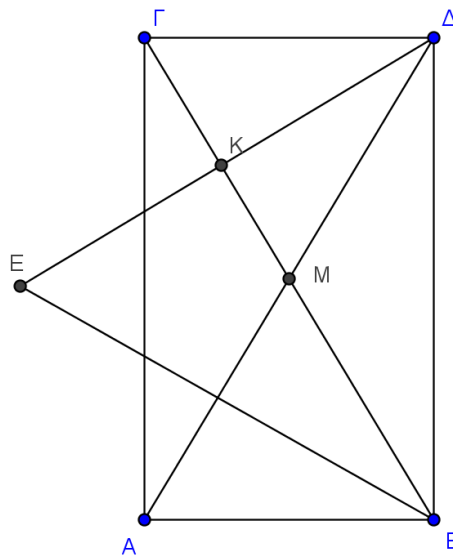
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$). Φέρουμε τη διάμεσο του AM την οποία προεκτείνουμε (προς το μέρος του M) κατά τμήμα $M\Delta = AM$. Θεωρούμε ευθεία ΔK κάθετη στη $B\Gamma$, η οποία τέμνει τη διχοτόμο της γωνίας B στο E .

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο (Μονάδες 8)

α) $\angle E\hat{B} = 90^\circ - \frac{\hat{B}}{2}$ (Μονάδες 8)

β) $\Delta E = B\Delta$ (Μονάδες 9)



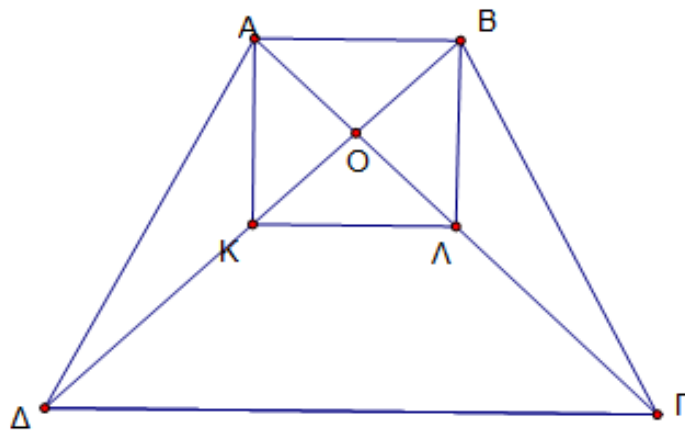
ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ ισχύουν: $A\Delta = B\Gamma$, $A\Gamma = B\Delta$, και $AB \perp \Gamma\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AOB και $\Delta O\Gamma$ είναι ισοσκελή. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 8)

γ) Αν επιπλέον ισχύει ότι $\Gamma\Delta = 3AB$ και K , Λ τα μέσα των διαγωνίων $B\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Lambda K$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ με M και N τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Έστω ότι η μεσοκάθετος της πλευράς $B\Gamma$ τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E .

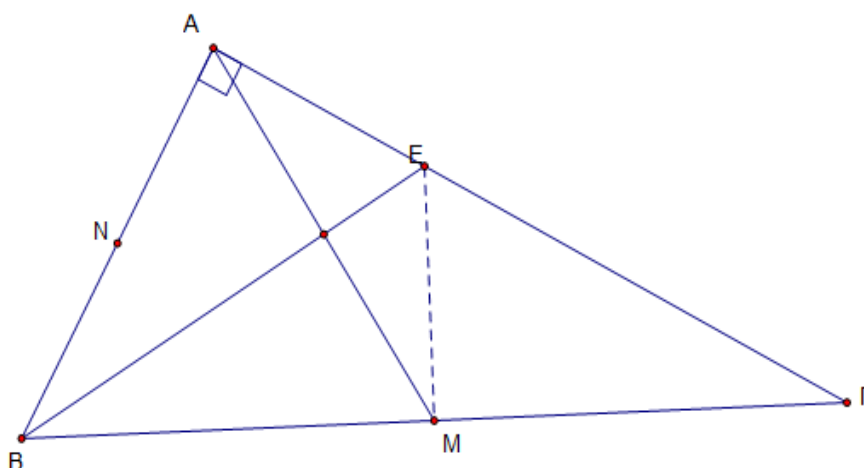
α) Να αποδείξετε ότι:

i) η BE είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$. (Μονάδες 6)

ii) $AE = \frac{\Gamma E}{2}$. (Μονάδες 6)

iii) η BE είναι μεσοκάθετος της διαμέσου AM . (Μονάδες 7)

β) Αν AD είναι το ύψος του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ που τέμνει την BE στο H , να αποδείξετε ότι τα σημεία M , H και N είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)

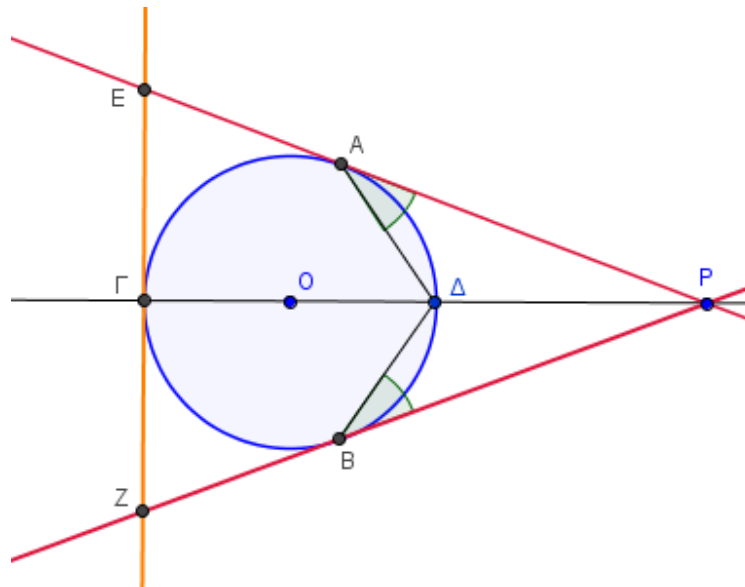


ΘΕΜΑ 4

Από εξωτερικό σημείο P ενός κύκλου κέντρου O φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA , PB και τη διακεντρική ευθεία PO που τέμνει τον κύκλο στα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ τέμνει τις προεκτάσεις των PA και PB στα σημεία E και Z αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) $\hat{\Delta AP} = \hat{\Delta BP}$ (Μονάδες 8)
- β) $EA = ZB$ (Μονάδες 9)
- γ) Το τετράπλευρο $ABZE$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)



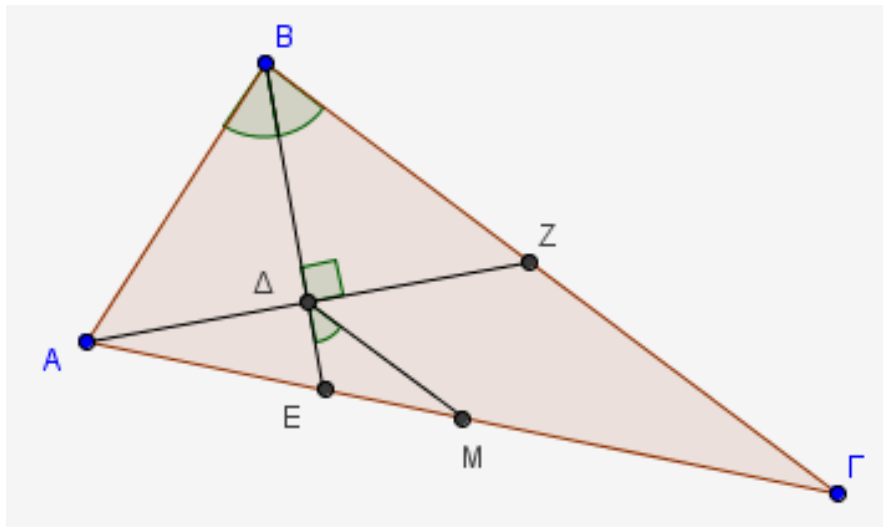
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < B\Gamma$ και η διχοτόμος BE της γωνίας $\hat{B}$. Αν $AZ \perp BE$, όπου Z σημείο της $B\Gamma$ και M το μέσον της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι :

α) Το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

β) $\Delta M // B\Gamma$ και $\Delta M = \frac{B\Gamma - AB}{2}$ (Μονάδες 10)

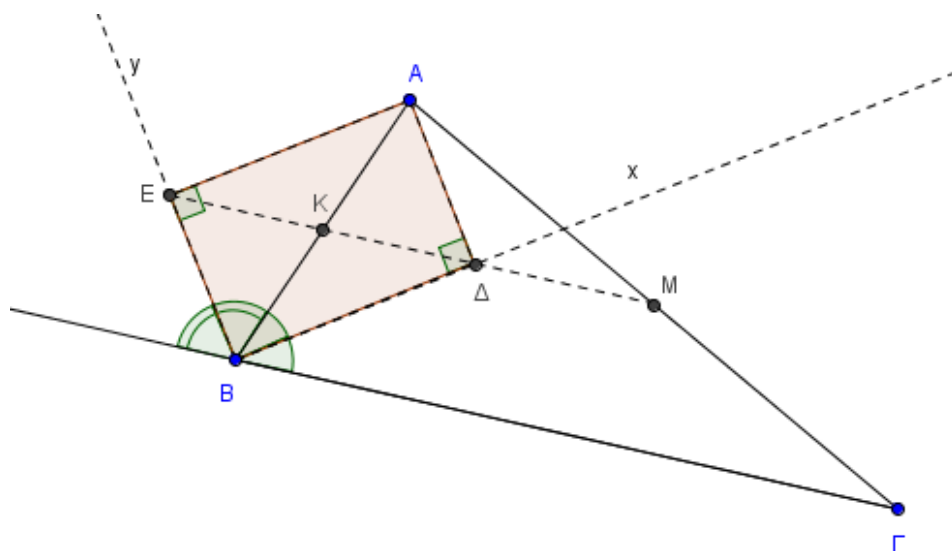
γ) $\angle \Delta M = \frac{\hat{B}}{2}$, όπου $\hat{B}$ η γωνία του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, η διχοτόμος Bx της γωνίας B του τριγώνου $AB\Gamma$ και η διχοτόμος By της εξωτερικής γωνίας B . Αν Δ και E είναι οι προβολές της κορυφής A του τριγώνου $AB\Gamma$ στην Bx και By αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $A\Delta BE$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 7)
- β) Η ευθεία ED είναι παράλληλη προς τη $B\Gamma$ και διέρχεται από το μέσο M της $A\Gamma$. (Μονάδες 10)
- γ) Το τετράπλευρο $KM\Gamma B$ είναι τραπέζιο και η διάμεσός του είναι ίση με $\frac{3\alpha}{4}$, όπου $\alpha = B\Gamma$. (Μονάδες 8)

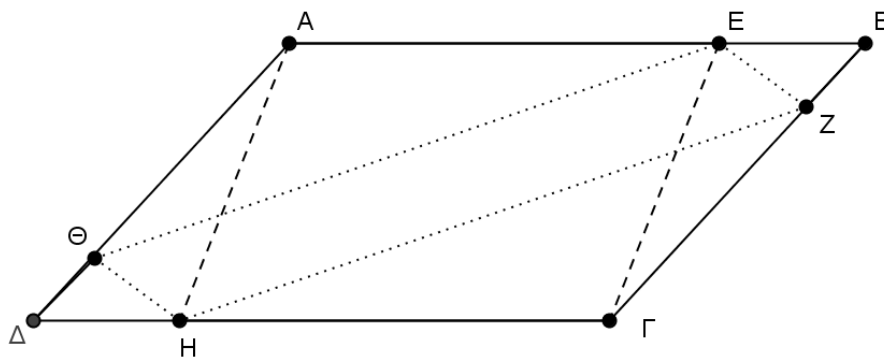


ΘΕΜΑ 4

Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ θεωρούμε σημεία E, Z, H, Θ στις πλευρές $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα, με $AE = \Gamma H$ και $BZ = \Delta\Theta$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $AE\Gamma H$ είναι παραλληλόγραμμο. (6 μονάδες)
- β) Το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο. (10 μονάδες)
- γ) Τα τμήματα $A\Gamma, B\Delta, EH$ και $Z\Theta$ διέρχονται από το ίδιο σημείο. (9 μονάδες)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και σημεία K, Λ της διαγωνίου του $B\Delta$, τέτοια ώστε να ισχύει $BK=K\Lambda=\Lambda\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AK\Gamma\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι, αν το αρχικό παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος, τότε και το $AK\Gamma\Lambda$ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 8)

γ) Ποιά πρέπει να είναι η σχέση των διαγωνίων του αρχικού παραλληλογράμμου $AN\Gamma\Delta$, ώστε το $AK\Gamma\Lambda$ να είναι ορθογώνιο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ και έστω O το σημείο τομής των διαγωνίων $ΑΓ$ και $ΒΔ$. Φέρνουμε την $ΑΕ$ κάθετη στην διαγώνιο $ΒΔ$. Εάν Z είναι το συμμετρικό του A ως προς την διαγώνιο $ΒΔ$, τότε να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $ΑΔZ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)
- β) $ZΓ = 2ΟΕ$. (Μονάδες 9)
- γ) Το $ΒΔZΓ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Στην προέκταση της πλευράς ΑΒ παίρνουμε τμήμα ΒΕ=ΑΒ και στην προέκταση της πλευράς ΑΔ τμήμα ΔΖ=ΑΔ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τετράπλευρα ΒΔΓΕ και ΒΔΖΓ είναι παραλληλόγραμμα. (Μονάδες 7)

ii. Τα σημεία Ε, Γ και Ζ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 9)

β) Αν Κ και Λ είναι τα μέσα των ΒΕ και ΔΖ αντίστοιχα, τότε $ΚΛ // ΔΒ$ και $ΚΛ = \frac{3}{2} ΔΒ$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και το ύψος του AM . Φέρουμε $M\Delta$ κάθετη στην $A\Gamma$ και θεωρούμε H το μέσο του τμήματος $M\Delta$. Από το H φέρουμε παράλληλη στη $B\Gamma$ η οποία τέμνει τις AM και $A\Gamma$ στα σημεία K και Z αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $HZ = \frac{B\Gamma}{4}$

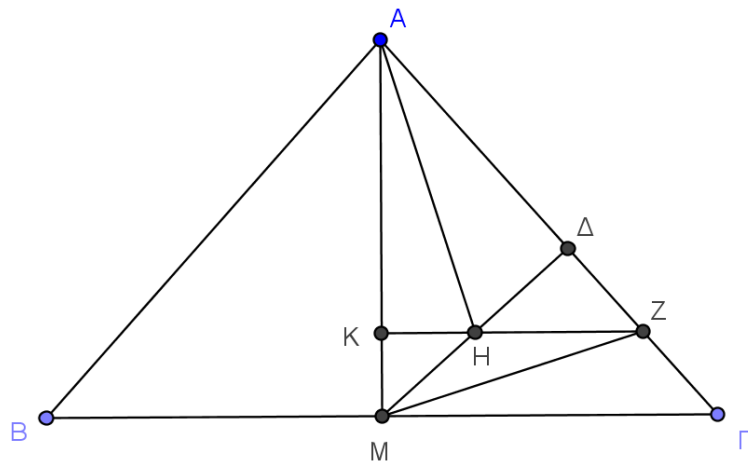
(Μονάδες 9)

β) $MZ \parallel B\Delta$

(Μονάδες 8)

γ) Η ευθεία AH είναι κάθετη στη $B\Delta$.

(Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και AD η διχοτόμος της γωνίας A , για την οποία ισχύει $AD = \Delta\Gamma$.

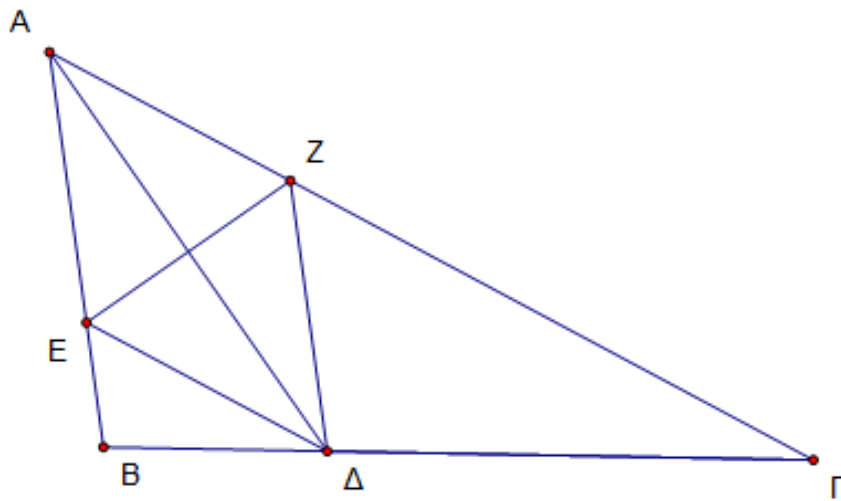
Η DE είναι διχοτόμος της γωνίας ADB και η DZ παράλληλη στην AB .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τμήματα ED και $A\Gamma$ είναι παράλληλα. (Μονάδες 9)

β) Το τρίγωνο EAD είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

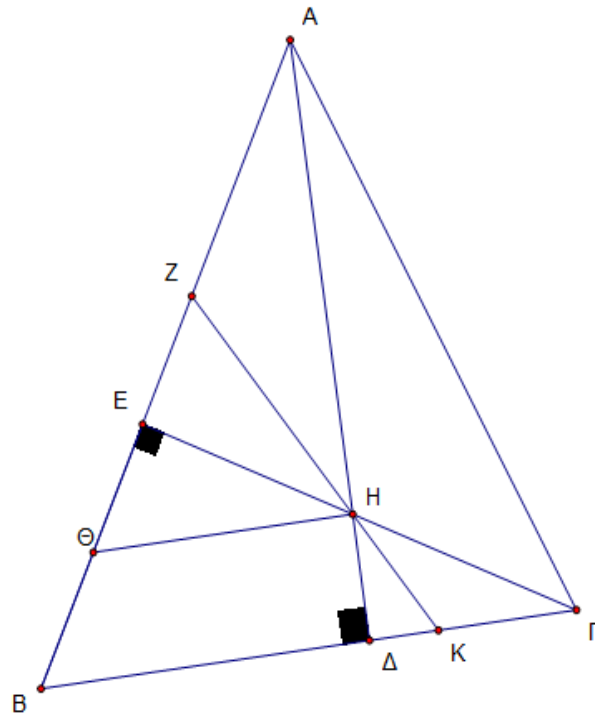
γ) Τα τμήματα AD και EZ διχοτομούνται. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία $B=60^\circ$. Φέρνουμε τα ύψη $A\Delta$ και ΓE που τέμνονται στο H . Φέρνουμε KZ διχοτόμο της γωνίας EHA και ΘH κάθετο στο ύψος $A\Delta$. Να αποδείξετε ότι:

- α) Για το τμήμα ZE ισχύει $ZH=2EZ$. (Μονάδες 9)
- β) Το τρίγωνο ΘZH είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 8)
- γ) Το τετράπλευρο ΘHKB είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Στην προέκταση της AB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $AE = A\Gamma$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο Δ έτσι ώστε $A\Delta = AB$. Αν τα τμήματα ΔE και $B\Gamma$ τέμνονται στο K και η προέκταση της AK τέμνει την $E\Gamma$ στο M .

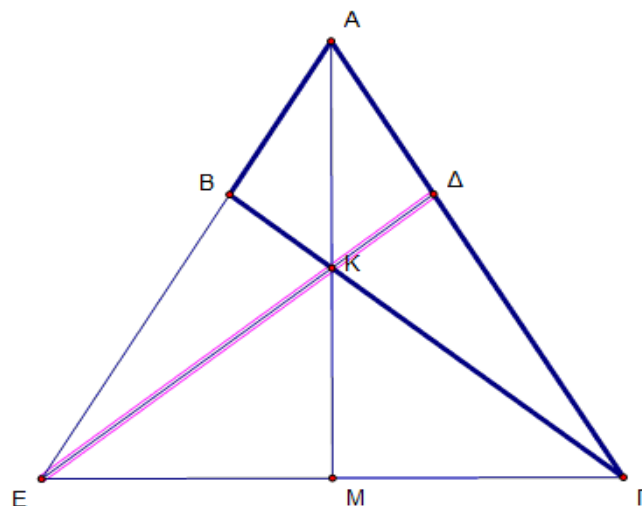
Να αποδείξετε ότι:

α) $B\Gamma = \Delta E$ (Μονάδες 6)

β) $BK = K\Delta$ (Μονάδες 7)

γ) Η AK είναι διχοτόμος της γωνίας A . (Μονάδες 6)

δ) Η AM είναι μεσοκάθετος της $E\Gamma$. (Μονάδες 6)



ΜΑΘΗΜΑ	Μαθηματικά: Γεωμετρία
ΤΥΠΟΣ ΛΥΚΕΙΟΥ	Γ. Ε. Λ.

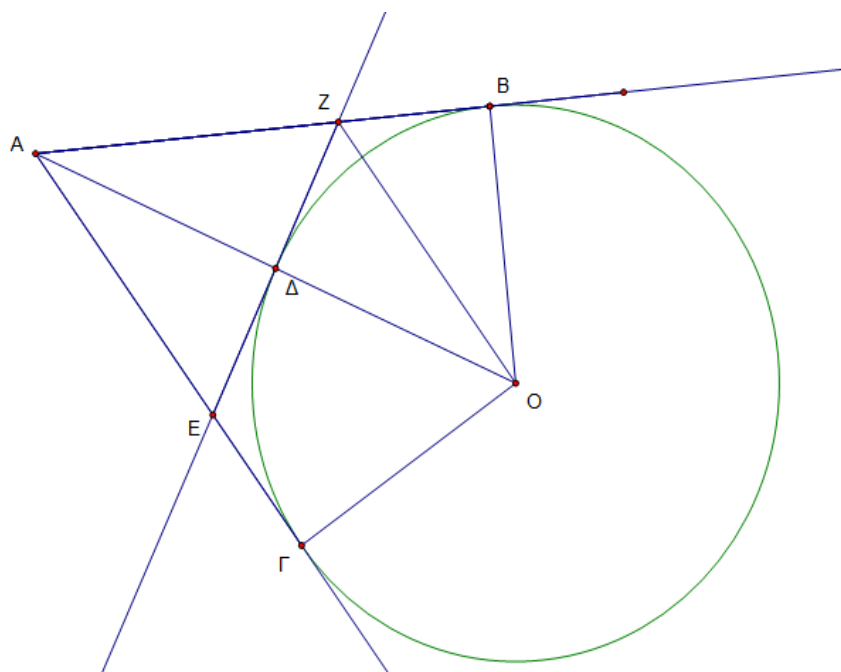
ΣΤΟΧΟΙ του Π.Σ. των οποίων η υλοποίηση ελέγχεται μέσω της δραστηριότητας	T2 T3
Ενδεικτική Απάντηση	4.1 4.2
ΘΕΜΑ	4
ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΠΑΙΤΗΣΗ της δραστηριότητας	

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Έστω σημείο A εξωτερικό του κύκλου και τα εφαπτόμενα τμήματα AB και AG ώστε να ισχύει $\angle B\hat{A}G = 60^\circ$. Έστω ότι η εφαπτόμενη του κύκλου στο Δ τέμνει τις AB και AG στα E και Z αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $ABOG$ είναι εγγράψιμο με $OA=2OB$. (Μονάδες 6)
- β) Το τρίγωνο AEZ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 6)
- γ) $2ZB = AZ$ (Μονάδες 7)
- δ) Το τετράπλευρο $EZBG$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 6)

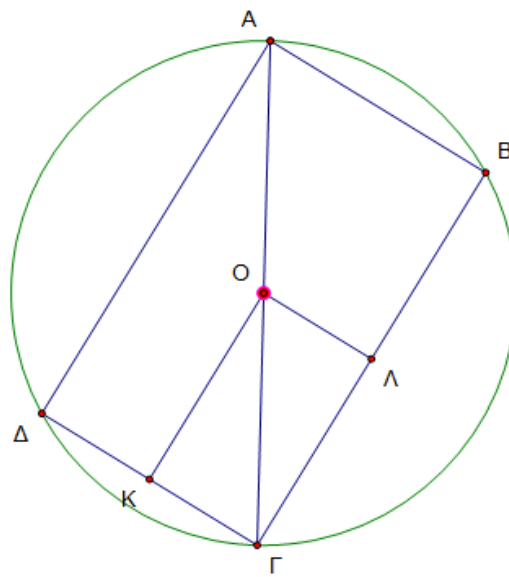


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος (O, ρ) και $ΑΓ$ μια διάμετρος του. Θεωρούμε τις χορδές $ΑΔ=ΒΓ$. Έστω $Κ$ και $Λ$ τα μέσα των χορδών $ΔΓ$ και $ΒΓ$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Οι χορδές $ΑΒ$ και $ΔΓ$ είναι παράλληλες. (Μονάδες 6)
- β) Το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 6)
- γ) Η $ΒΔ$ είναι διάμετρος του κύκλου. (Μονάδες 7)
- δ) Το τετράπλευρο $ΟΛΓΚ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 4

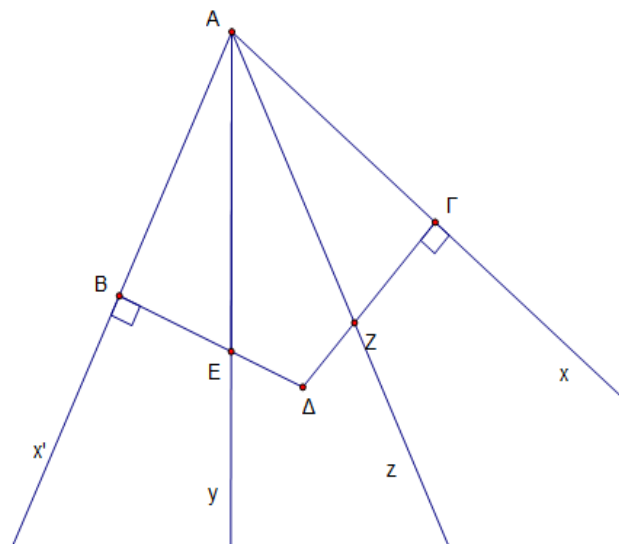
Στις πλευρές Ax' και Ax γωνίας $\angle x'Ax$ θεωρούμε σημεία B και Γ ώστε $AB=A\Gamma$. Οι κάθετες στις Ax' και Ax στα σημεία B και Γ αντίστοιχα, τέμνονται στο Δ .

Αν οι ημιευθείες Ay και Az χωρίζουν τη γωνία $\angle x'Ax$ σε τρεις ίσες γωνίες και τέμνουν τις $B\Delta$ και $\Delta\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $\triangle EAZ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

β) Το Δ ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας $\angle x'Ax$. (Μονάδες 8)

γ) Οι γωνίες $\Gamma B\Delta$ και $\Gamma A\Delta$ είναι ίσες. (Μονάδες 9)



Θέμα 4

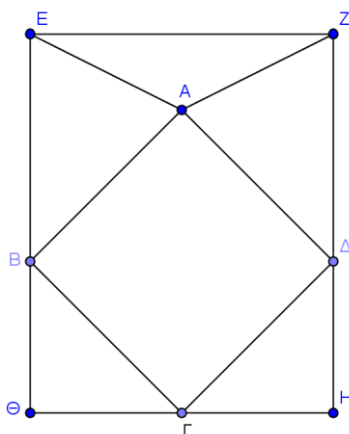
Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο ΕΖΗΘ παριστάνει ένα τραπέζι του μπιλιάρδου. Ένας παίκτης τοποθετεί μια μπάλα στο σημείο Α το οποίο ανήκει στη μεσοκάθετη της ΘΗ και απέχει από αυτή απόσταση ίση με ΘΗ. Όταν ο παίκτης χτυπήσει τη μπάλα αυτή ακολουθεί τη διαδρομή $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow \Delta \rightarrow A$ χτυπώντας στους τοίχους του μπιλιάρδου ΕΘ, ΘΗ, ΖΗ διαδοχικά. Για τη διαδρομή αυτή ισχύει ότι κάθε γωνία πρόσπτωσης σε τοίχο (π.χ η γωνία ΑΒΕ) είναι ίση με κάθε γωνία ανάκλασης σε τοίχο (π.χ η γωνία ΘΒΓ) και η κάθε μια απ' αυτές είναι 45° .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Η διαδρομή ΑΒΓΔ της μπάλας είναι τετράγωνο. (Μονάδες 9)
- ii. Το σημείο Α ισαπέχει από τα τις κορυφές Ε και Ζ του μπιλιάρδου.

(Μονάδες 8)

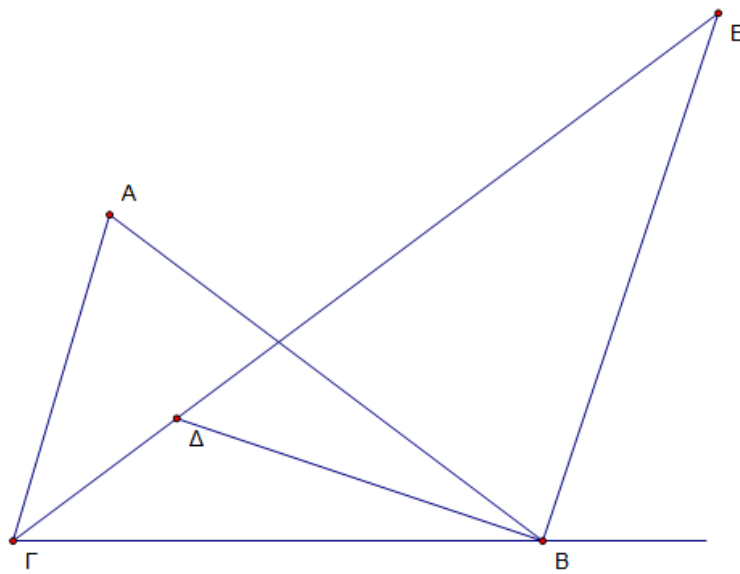
β) Αν η ΑΖ είναι διπλάσια από την απόσταση του Α από τον τοίχο ΕΖ, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΕΖ. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ τέμνονται στο Δ . Η εξωτερική διχοτόμος της B τέμνει την προέκταση της $\Gamma\Delta$ στο E . Δίνεται ότι $\hat{ABE} = 70^\circ = 2\hat{\Gamma EB}$

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$. (Μονάδες 8)
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma BE$ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 9)
- γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΓBE είναι ισοσκελές (Μονάδες 8)

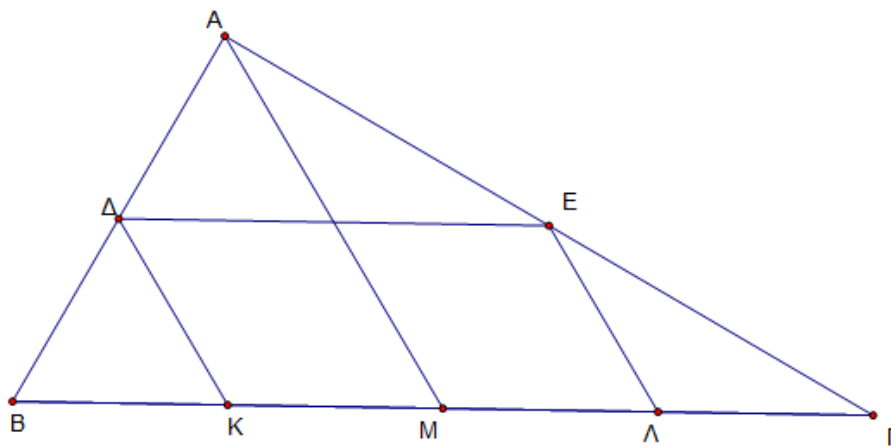


ΘΕΜΑ 4

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Στην πλευρά $B\Gamma$ θεωρούμε τα σημεία K, M, Λ ώστε $BK = KM = M\Lambda = \Lambda\Gamma$. Αν τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $\Delta E\Lambda K$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

β) Η διάμεσος του τραπεζίου $K\Delta M\Lambda$ ισούται με $\frac{3}{8}B\Gamma$. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 4

Έστω ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Delta\Gamma$) με $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ και $AB = B\Gamma = A\Delta = \frac{\Gamma\Delta}{2}$.

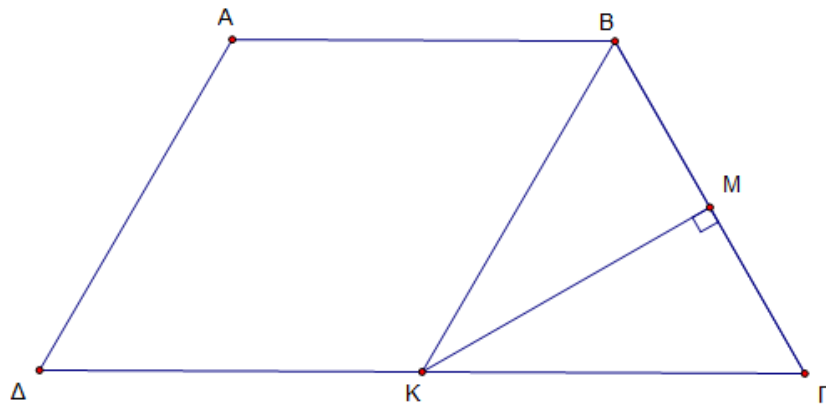
Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας $\hat{B}$, η οποία τέμνει το $\Delta\Gamma$ στο K και η κάθετη από το K προς το $B\Gamma$ το τέμνει στο M .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τετράπλευρο $ABK\Delta$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)

ii. Το σημείο M είναι το μέσο του $B\Gamma$. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

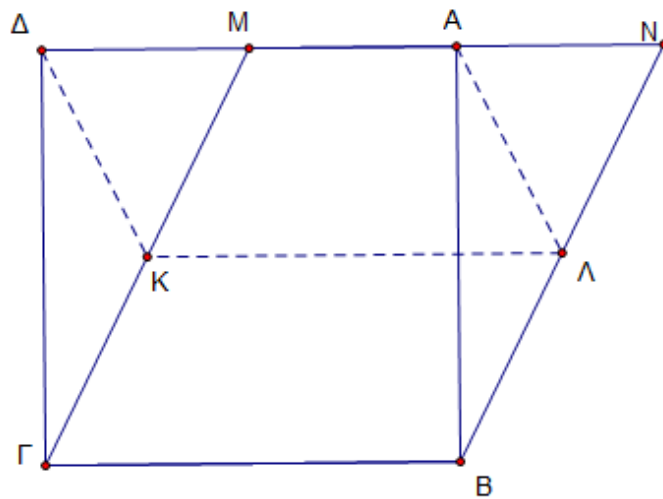
Έστω τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και M το μέσο της πλευράς ΔA . Προεκτείνουμε το τμήμα ΔA

(προς την πλευρά του A) κατά τμήμα $AN = \frac{A\Delta}{2}$. Φέρουμε τα τμήματα ΓM και BN και

θεωρούμε τα μέσα τους K και Λ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $MNB\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)
- β) Το τετράπλευρο $A\Delta K\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)
- γ) Το τετράπλευρο $AMK\Lambda$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)

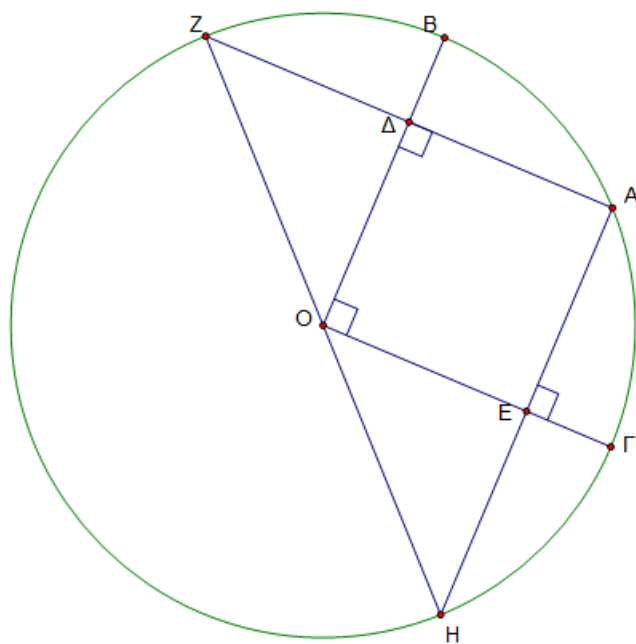


ΘΕΜΑ 4

Έστω κύκλος με κέντρο O και δύο κάθετες ακτίνες του OB και OG . Έστω A το μέσον του τόξου $BΓ$. Από το A φέρω κάθετες στις ακτίνες OB και OG που τις τέμνουν στα Δ και E αντίστοιχα. Οι προεκτάσεις των AD και AE τέμνουν τον κύκλο στα σημεία Z και H αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) $AZ=AH$. (Μονάδες 4)
- α) Το $\triangle ADOE$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 7)
- β) Τα σημεία Z και H είναι αντιδιαμετρικά. (Μονάδες 7)
- γ) Το τετράπλευρο $BΓHZ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 7)

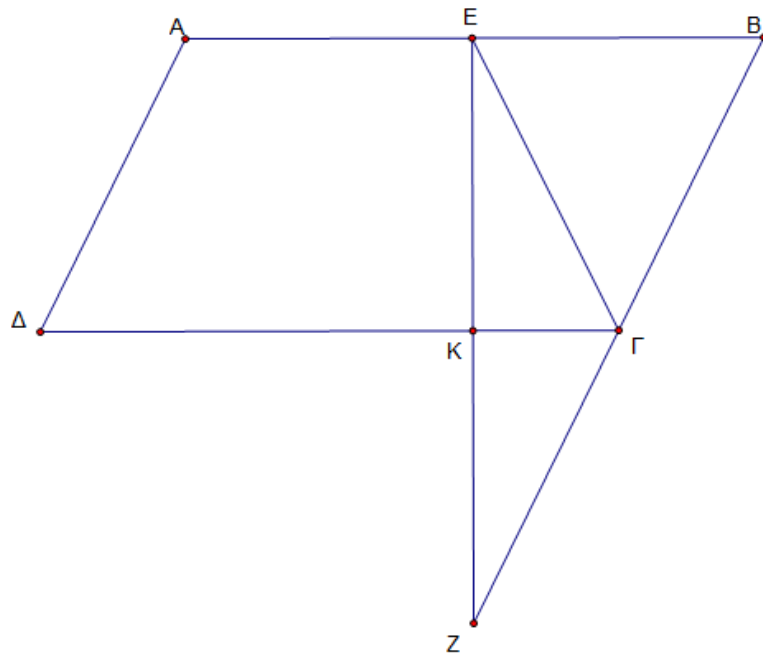


ΘΕΜΑ 4

Έστω παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2BG$. Στην προέκταση του $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε τμήμα $\Gamma Z = B\Gamma$. Θεωρούμε σημείο E στη AB , τέτοιο ώστε $EG = GB$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Η γωνία BEZ είναι ορθή. (Μονάδες 8)
- β) Το τετράπλευρο $ΑΕΓΔ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)
- γ) Το τετράπλευρο $ΑΓΖΔ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)

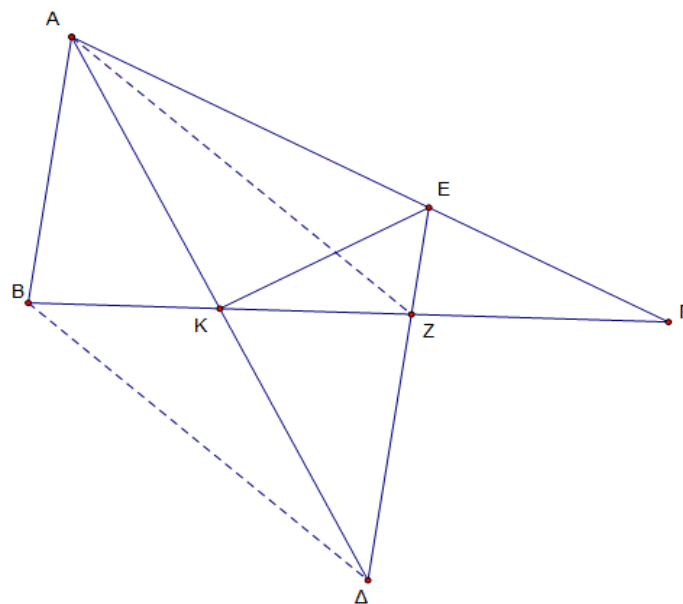


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, με AK διχοτόμο της γωνίας A . Στην προέκταση της AK θεωρούμε σημείο Δ ώστε $AK = K\Delta$. Η παράλληλη από το Δ προς την AB τέμνει τις $A\Gamma$ και $B\Gamma$ στα E και Z αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο AED είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- β) Η EK είναι μεσοκάθετος της AD . (Μονάδες 6)
- γ) Τα τρίγωνα AKB και $K\Delta Z$ είναι ίσα. (Μονάδες 7)
- δ) Το τετράπλευρο $AZ\Delta B$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 6)

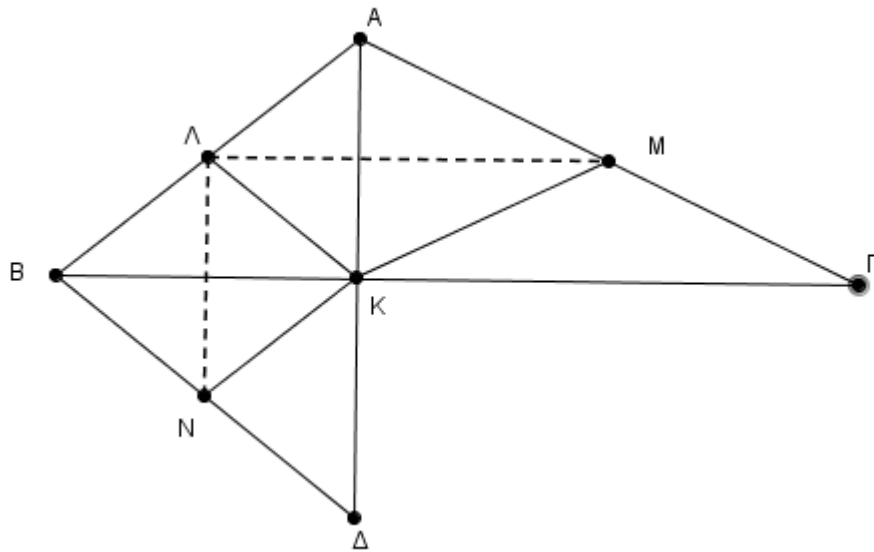


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην προέκταση του ύψους του AK θεωρούμε σημείο Δ ώστε $AK = K\Delta$. Έστω Λ , M , N τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)
- β) Το τετράπλευρο $B\Lambda K N$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 9)
- γ) $\Lambda M \perp \Lambda N$ (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τις μεσοκαθέτους μ_1, μ_2 των πλευρών του AB και $A\Gamma$, οι οποίες τέμνονται στο μέσο M της $B\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$. (Μονάδες 5)

ii. Το τετράπλευρο $ΑΛΜΚ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)

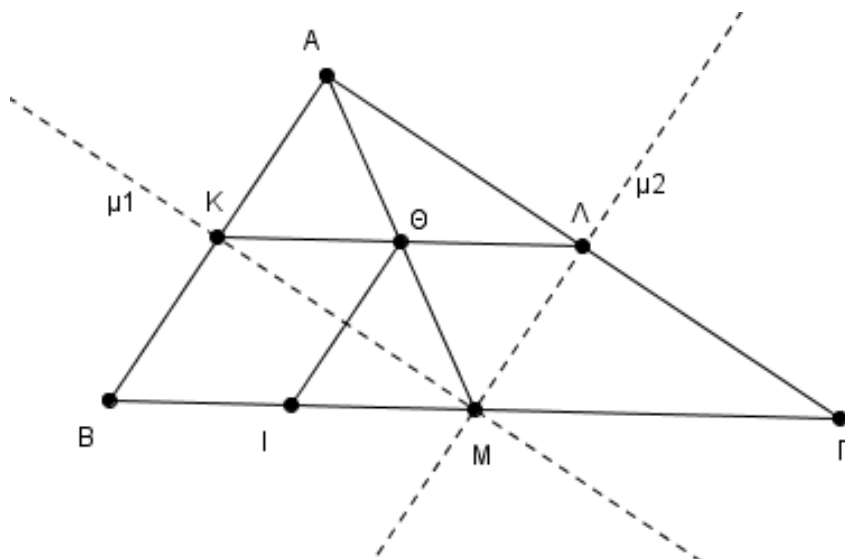
iii. $\Lambda\Theta = \frac{B\Gamma}{4}$, όπου Θ το σημείο τομής των AM και $K\Lambda$.

(Μονάδες 6)

δ) Αν I σημείο της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $BI = \frac{B\Gamma}{4}$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $K\Theta IB$

είναι παραλληλόγραμμο.

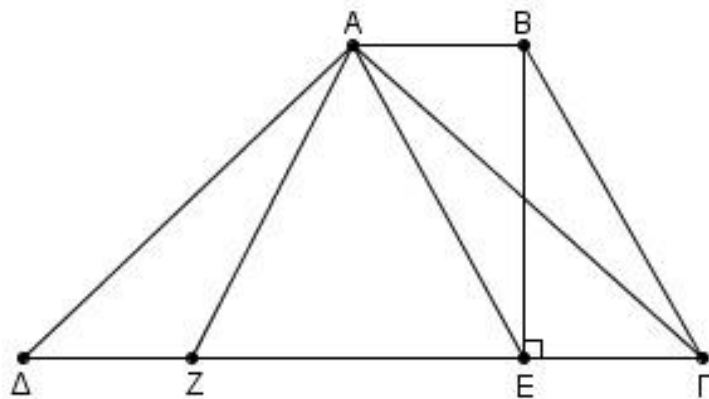
(Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$, $\Delta\Gamma = 4AB$ και $B\Gamma = 2AB$. Θεωρούμε σημείο Z της $\Gamma\Delta$, ώστε $\Delta Z = AB$. Αν η γωνία Γ είναι 60° και BE το ύψος του τραπεζίου, να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)
- β) Το τρίγωνο ZAE είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 8)
- γ) Τα τρίγωνα ΔAZ και ΓAE είναι ίσα. (Μονάδες 9)

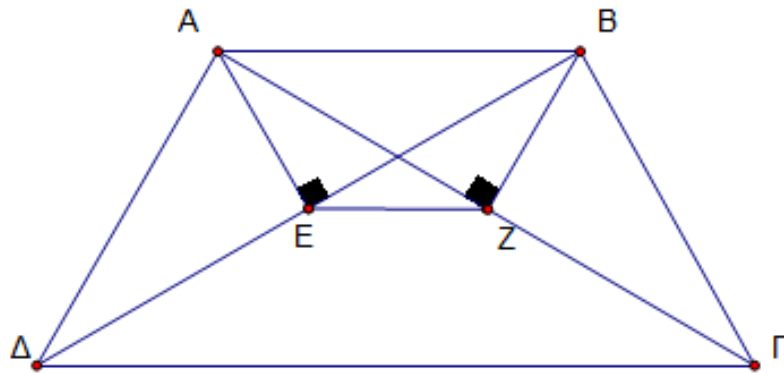


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta = B\Gamma = AB$. Φέρουμε τμήματα AE και BZ κάθετα στις διαγώνιες $B\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα σημεία Z και E είναι μέσα των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$ αντίστοιχα. (Μονάδες 5)
- β) $AE = BZ$. (Μονάδες 8)
- γ) Το τετράπλευρο $AEBZ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 7)
- δ) Η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας Δ . (Μονάδες 5)

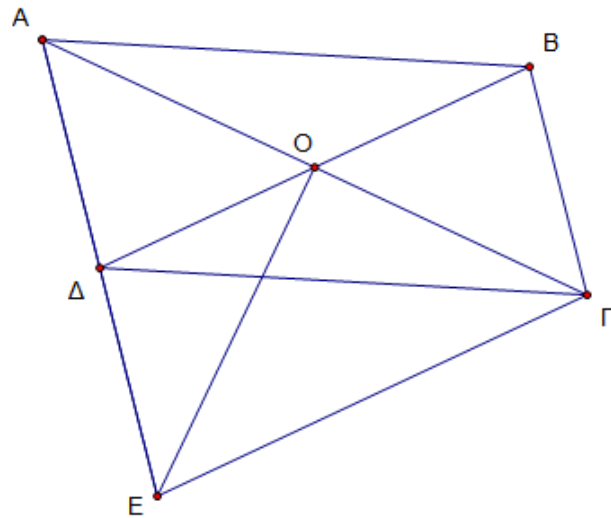


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ τέτοιο ώστε αν φέρουμε την κάθετη στην $A\Gamma$ στο κέντρο του O , αυτή τέμνει την προέκταση της $A\Delta$ σε σημείο E τέτοιο ώστε $\Delta E = A\Delta$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $AE\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)
- β) Το τετράπλευρο $B\Gamma E\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)
- γ) Το τρίγωνο $BO\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Αν M , K και Λ είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$, AB και $A\Delta$ αντίστοιχα τότε:

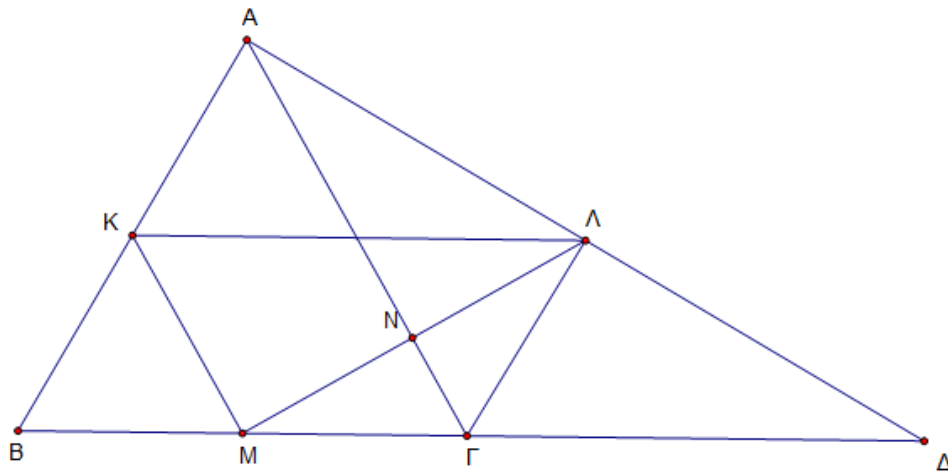
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $BA\Delta$.

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι:

i) Το τετράπλευρο $K\Lambda\Gamma M$ είναι ισοσκελές τραπέζιο με τη μεγάλη βάση διπλάσια από τη μικρή. (Μονάδες 8)

ii) Το τρίγωνο $KM\Lambda$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και ο περιγεγραμμένος του κύκλος (O, ρ) ώστε η διαγώνιος του ΔB να είναι διάμετρος του κύκλου. Η γωνία B είναι διπλάσια της γωνίας Δ και οι πλευρές AB και $B\Gamma$ είναι ίσες. Φέρουμε κάθετη στη $B\Delta$ στο O , η οποία τέμνει τις πλευρές $A\Delta$ και $\Gamma\Delta$ στα E και Z αντίστοιχα.

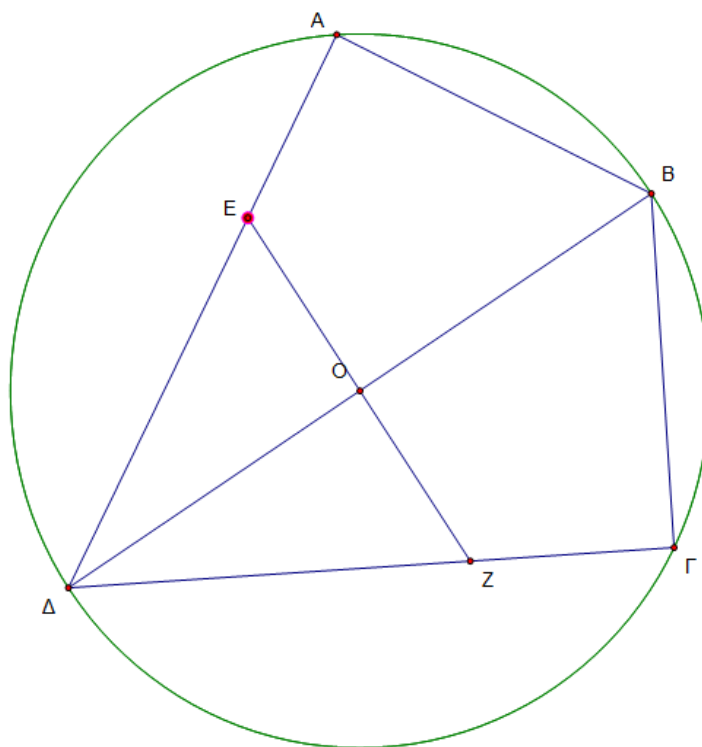
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 6)

β) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔAB και $\Delta \Gamma B$. (Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma O$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ABOE$ είναι εγγράψιμο σε κύκλο.

(Μονάδες 6)



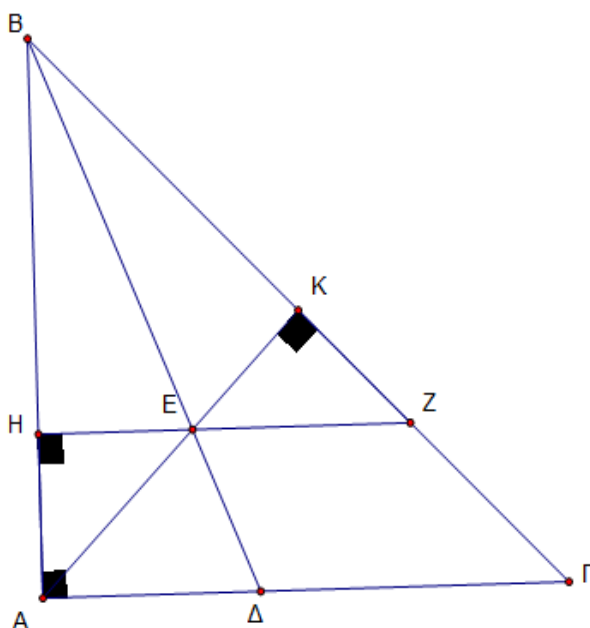
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Delta$ διχοτόμο και AK ύψος, που τέμνονται στο E . Η κάθετη από το E στην AB τέμνει τις AB και $B\Gamma$ στα H και Z αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

- τα τρίγωνα EHA και EKG είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- το τρίγωνο BKH είναι ισοσκελές τρίγωνο. (Μονάδες 6)
- Οι AZ και $B\Delta$ είναι κάθετες. (Μονάδες 7)

β) Αν επιπλέον το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και ισοσκελές, να αποδείξετε ότι η ΓE είναι διχοτόμος της γωνίας Γ . (Μονάδες 6)



ΜΑΘΗΜΑ	Μαθηματικά: Γεωμετρία
ΤΥΠΟΣ ΛΥΚΕΙΟΥ	Γ. Ε. Λ.
ΣΤΟΧΟΙ του Π.Σ. των οποίων η υλοποίηση ελέγχεται μέσω της δραστηριότητας	Τ3 ΠΤ3

Ενδεικτική Απάντηση	
ΘΕΜΑ	4
ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΑΠΑΙΤΗΣΗ της δραστηριότητας	4.1 4.2

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Με βάση την AB κατασκευάζουμε ισοσκελές τρίγωνο $A\Delta B$, εκτός του τριγώνου $AB\Gamma$, με γωνία $\angle \Delta = 120^\circ$. Θεωρούμε τα μέσα Z και H των πλευρών AD και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

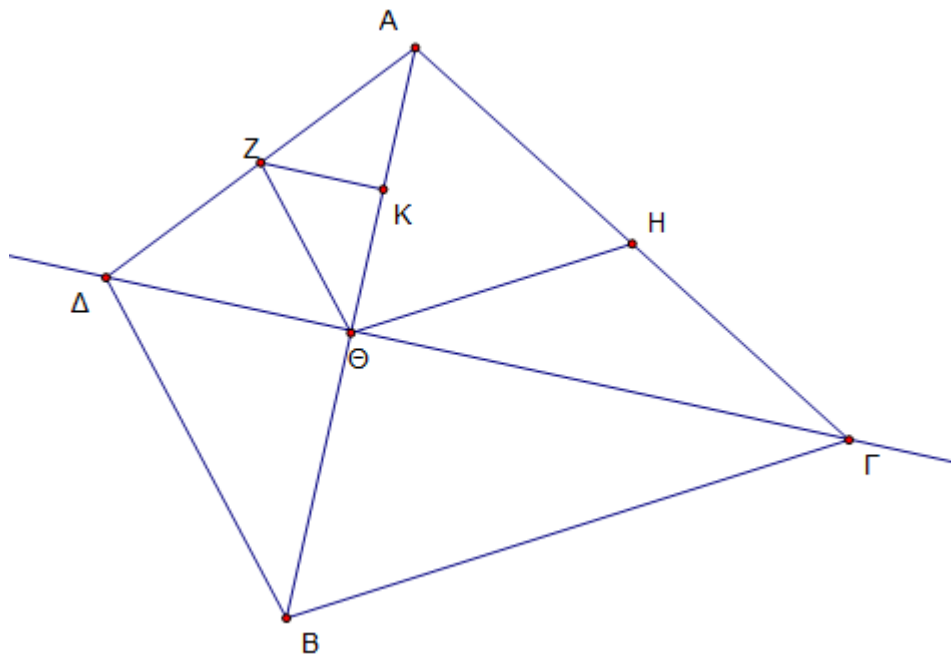
α) Να αποδείξετε ότι η $D\Gamma$ είναι μεσοκάθετος του AB . (Μονάδες 8)

β) Αν η $D\Gamma$ τέμνει την AB στο Θ , να αποδείξετε ότι η γωνία $\angle Z\Theta H$ είναι ορθή.

(Μονάδες 9)

γ) Αν η ZK είναι η κάθετη στην AB από το σημείο Z , να αποδείξετε ότι $ZK = \frac{A\Delta}{4}$.

(Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Delta\Gamma$) και O το σημείο τομής των διαγωνίων του. Η $A\Gamma$ είναι κάθετη στην $A\Delta$ και η $B\Delta$ είναι κάθετη στην $B\Gamma$. Θεωρούμε τα μέσα M , E και Z των $\Gamma\Delta$, $B\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

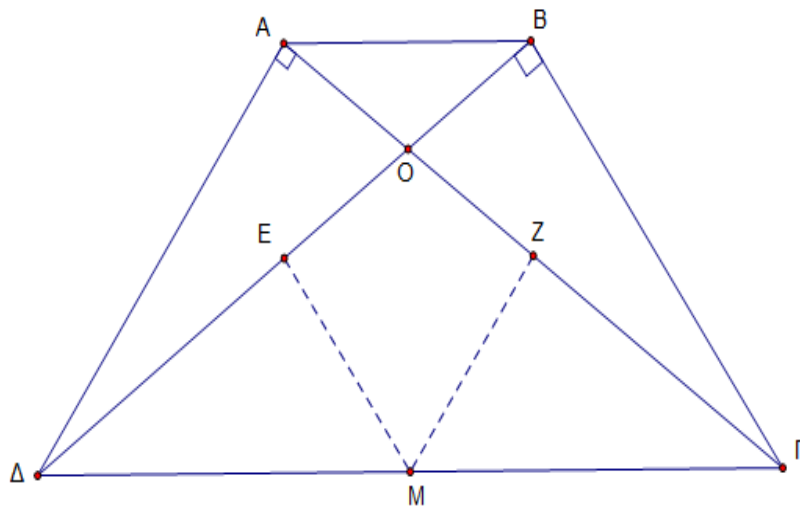
Να αποδείξετε ότι:

α) $ME = MZ$. (Μονάδες 6)

β) Η MZ είναι κάθετη στην $A\Gamma$. (Μονάδες 6)

γ) Τα τρίγωνα $\triangle M\Delta E$ και $\triangle MZ\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 7)

δ) Η OM είναι μεσοκάθετος του EZ . (Μονάδες 6)

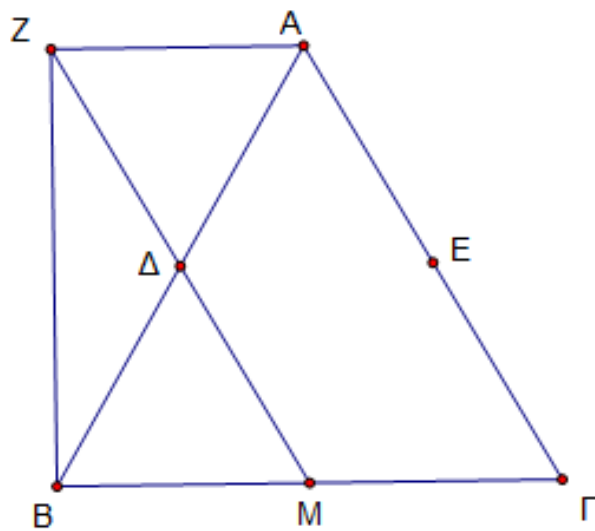


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ και τα μέσα Δ , E και M των AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Στην προέκταση του $M\Delta$ (προς το Δ) θεωρούμε τμήμα $\Delta Z = \Delta M$.

Να αποδείξετε ότι:

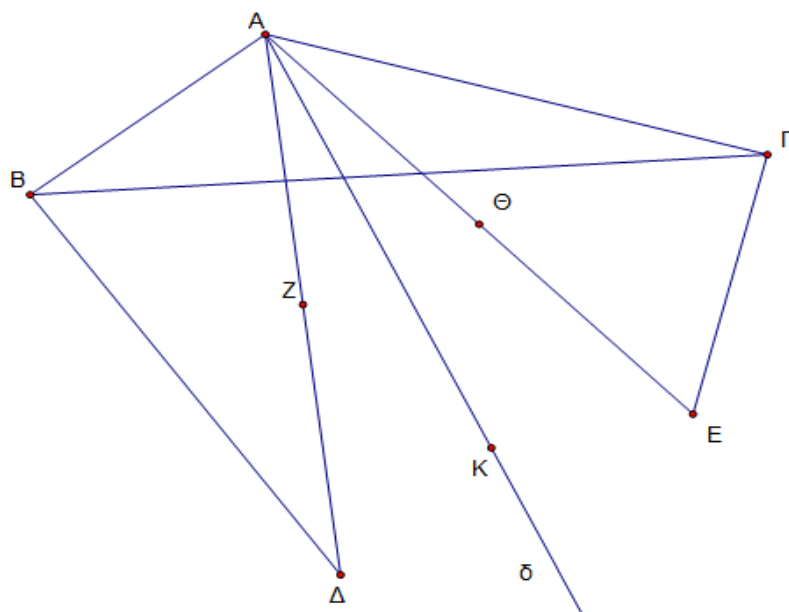
- α) Τα τρίγωνα $\triangle AZ\Delta$ και $\triangle BM\Delta$ είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- β) Το τετράπλευρο $ZA\Gamma M$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 6)
- γ) Τα τμήματα ZE και $A\Delta$ τέμνονται κάθετα και διχοτομούνται. (Μονάδες 7)
- δ) Η BZ είναι κάθετη στη ZA . (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Φέρνουμε τμήμα $B\Delta$ κάθετο στην AB και με $B\Delta = A\Gamma$ και τμήμα ΓE κάθετο στην $A\Gamma$ με $\Gamma E = AB$. Θεωρούμε τα μέσα Z και Θ των $A\Delta$ και AE καθώς και τη διχοτόμο $A\delta$ της γωνίας $\angle \Delta A E$.

- Να αποδείξετε ότι $A\Delta = AE$. (Μονάδες 9)
- Αν K τυχαίο σημείο της διχοτόμου $A\delta$, να αποδείξετε ότι το K ισαπέχει από τα μέσα Z και Θ . (Μονάδες 9)
- Αν το K είναι σημείο της διχοτόμου $A\delta$ τέτοιο ώστε $KZ = AZ$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZK\Theta$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται οξυγώνιο ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB=AG$. Φέρνουμε τμήμα AD κάθετο στην AB και τμήμα AE κάθετο στην AG με $AD=AE$. Θεωρούμε τα μέσα Z , H και M τα μέσα των ΔB , $E\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα $\triangle A\Delta B$ και $\triangle AE\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 7)

ii. Το τρίγωνο $\triangle ZAH$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)

iii. Η AM είναι μεσοκάθετος του ZH . (Μονάδες 7)

β) Ένας μαθητής συγκρίνοντας τα τρίγωνα $\triangle A\Delta B$ και $\triangle AE\Gamma$ έγραψε τα εξής:

« 1. $AD=AE$ από υπόθεση

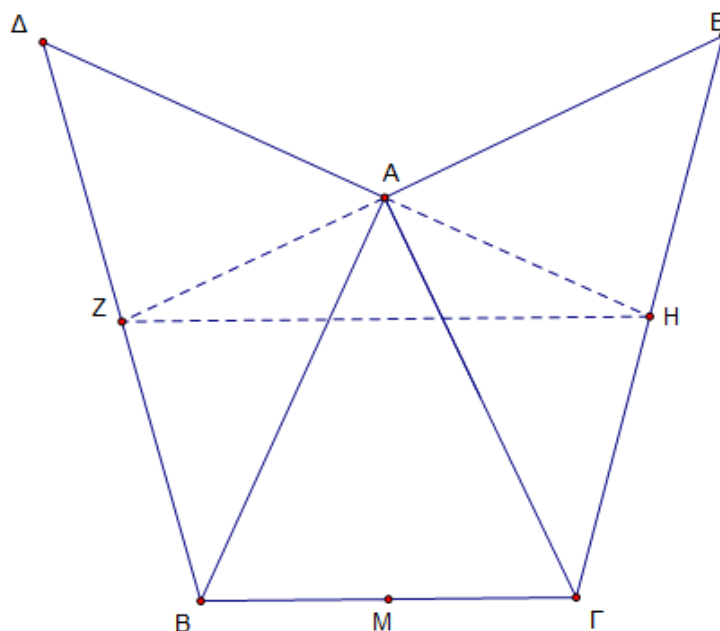
2. $AB=AG$ πλευρές ισοσκελούς τριγώνου

3. $\angle A\Delta B = \angle AE\Gamma$ ως κατακορυφήν

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα έχοντας δύο πλευρές ίσες μια προς μια και την περιεχόμενη γωνία ίση».

Ο καθηγητής είπε ότι αυτή η λύση περιέχει λάθος μπορείς να το εντοπίσεις;

(Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με AD τη διχοτόμο της γωνίας $\hat{A}$. Η μεσοκάθετος (μ) της πλευράς $B\Gamma$ τέμνει την AD στο σημείο Δ . Από το Δ φέρνουμε τις ED και ZD κάθετες στις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $BE = \Gamma Z$. (Μονάδες 10)
- ii. Το τετράπλευρο $BZ\Gamma E$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 10)

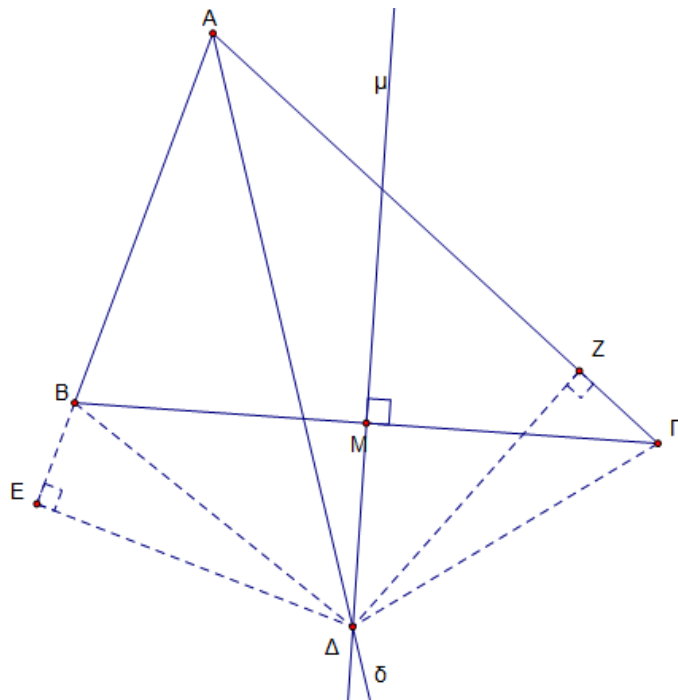
β) Κάποιος μαθητής έκανε τον εξής συλλογισμό:

«Τα τρίγωνα $\triangle ABD$ και $\triangle A\Gamma D$ έχουν

- 1. AD κοινή
- 2. $BD = \Gamma D$ λόγω μεσοκαθέτου
- 3. Γωνίες $\hat{BAD} = \hat{GAD}$ λόγω διχοτόμου.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα σύμφωνα με το κριτήριο Πλευρά-Γωνία-Πλευρά»

Έχει δίκιο ή όχι ο μαθητής; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

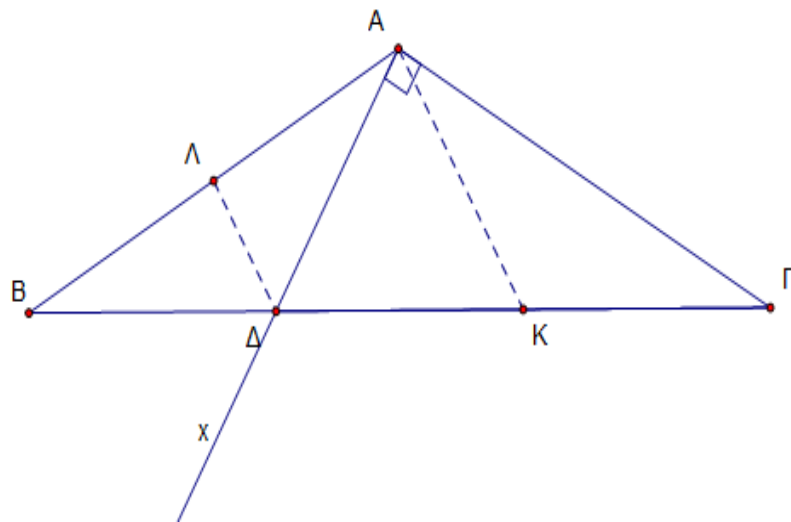


ΘΕΜΑ 4

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\angle A = 120^\circ$. Φέρουμε ημιευθεία Ax κάθετη στην $A\Gamma$ στο A , η οποία τέμνει τη $B\Gamma$ στο Δ . Έστω Λ το μέσο του AB και K το μέσο του $\Delta\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

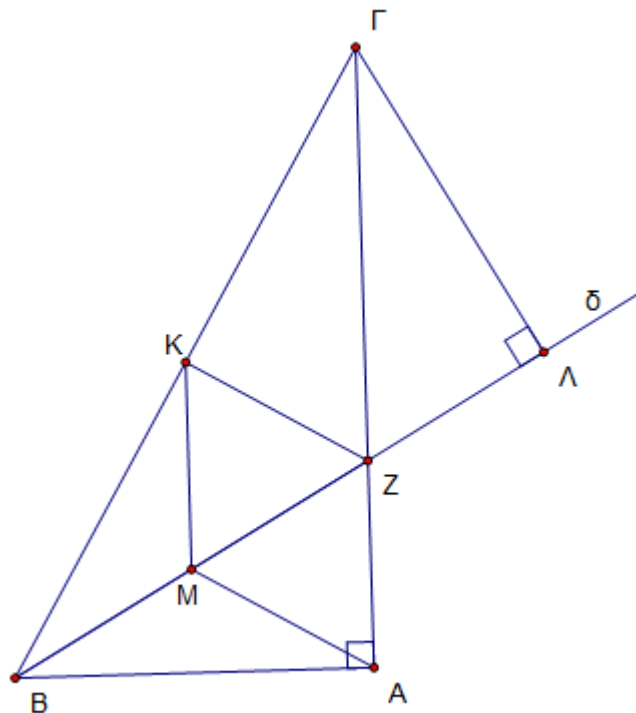
- α) Το τρίγωνο $\triangle \Lambda\Delta B$ είναι ισοσκελές (Μονάδες 8)
- β) $\Delta\Gamma = 2B\Delta$ (Μονάδες 8)
- γ) $\Lambda\Delta \parallel AK$ (Μονάδες 5)
- δ) $AK = 2\Lambda\Delta$ (Μονάδες 4)



ΘΕΜΑ 4

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την $A\Gamma$ στο Z . Τα σημεία M και K είναι τα μέσα των BZ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Αν το τμήμα $\Gamma\Lambda$ είναι κάθετο στη διχοτόμο $B\delta$ να αποδείξετε:

- α) Το τρίγωνο $\triangle BZ\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- β) Το τετράπλευρο $AMKZ$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 6)
- γ) $\Gamma Z = 2ZA$ (Μονάδες 7)
- δ) $B\Lambda = A\Gamma$ (Μονάδες 6)

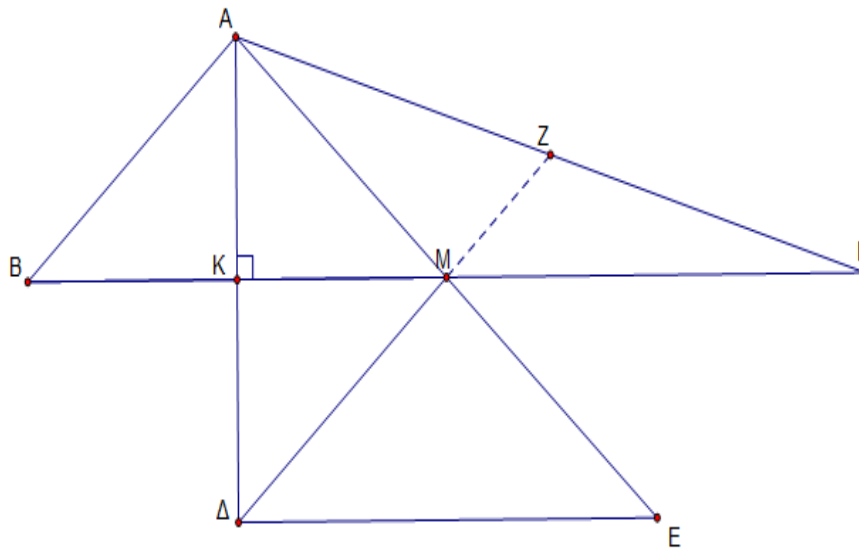


ΘΕΜΑ 4

Έστω τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με διάμεσο AM τέτοια ώστε $AM=AB$. Φέρουμε το ύψος του AK και το προεκτείνουμε (προς το K) κατά τμήμα $K\Delta = AK$. Προεκτείνουμε τη διάμεσο AM (προς το M) κατά τμήμα $ME=AM$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) $\Delta E \perp A\Delta$ και $\Delta E = 2KM$ (Μονάδες 7)
- β) Το τετράπλευρο $ABE\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 6)
- γ) Το τετράπλευρο $ABDM$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 6)
- δ) Η προέκταση της DM τέμνει το $A\Gamma$ στο μέσον του Z . (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 4

Έστω κύκλος με κέντρο O και διάμετρο $ΚΛ$. Έστω A σημείο του κύκλου ώστε η ακτίνα OA να είναι κάθετη στην $ΚΛ$. Φέρουμε τις χορδές $AB = AG = \rho$. Έστω Δ και E τα σημεία τομής των προεκτάσεων των AB και AG αντίστοιχα με την ευθεία της διαμέτρου $ΚΛ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Η γωνία $BA\Gamma$ είναι 120° .

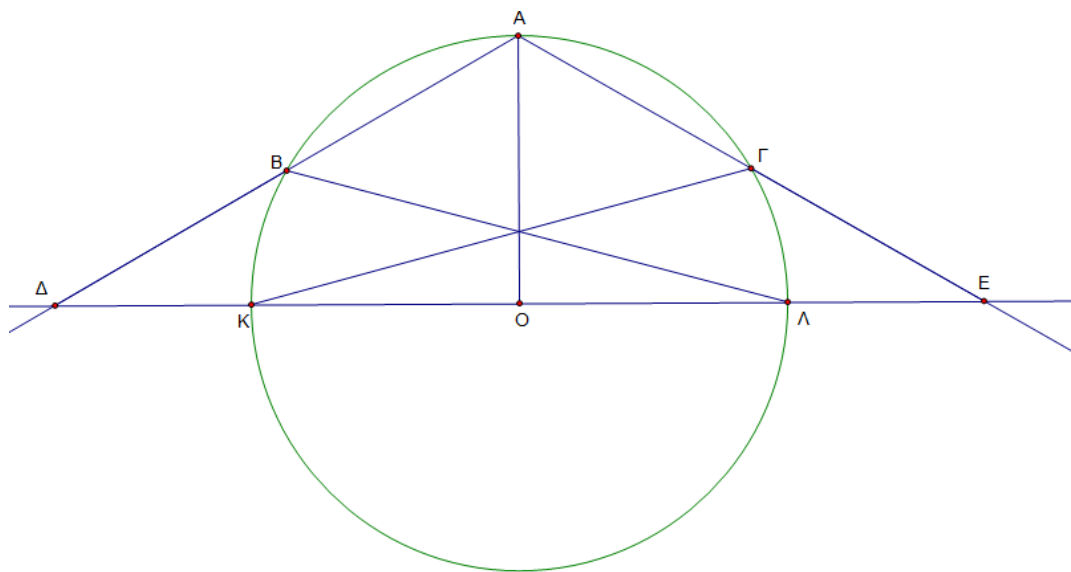
(Μονάδες 7)

β) Τα σημεία B και Γ είναι μέσα των $A\Delta$ και AG αντίστοιχα.

(Μονάδες 9)

γ) $K\Gamma = \Lambda B$.

(Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

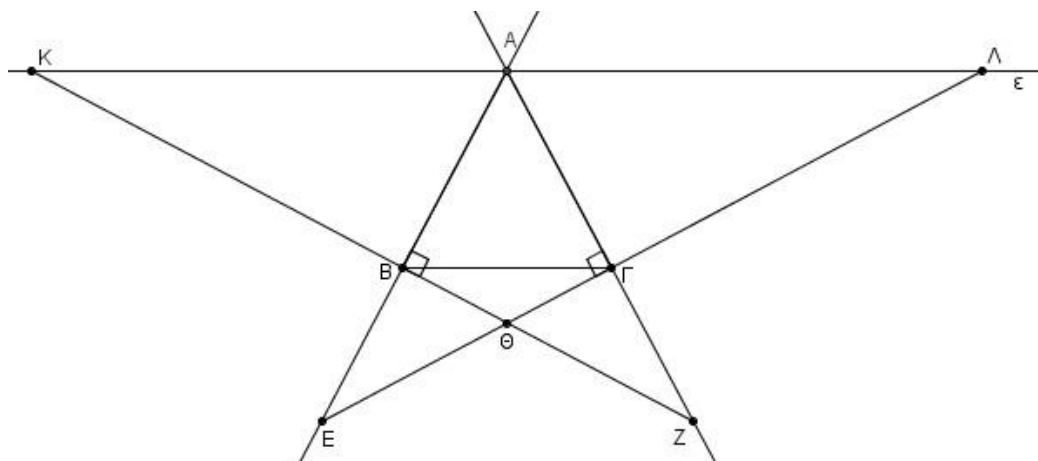
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, και την ευθεία ε της εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας A . Η κάθετη στην πλευρά AB στο B τέμνει την ε στο K και την ευθεία $A\Gamma$ στο Z . Η κάθετη στην πλευρά $A\Gamma$ στο Γ τέμνει την ε στο Λ και την ευθεία AB στο E .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $AZ=AE$ (Μονάδες 8)

ii. $AK=AL$ (Μονάδες 9)

β) Ένας μαθητής κοιτώντας το σχήμα, διατύπωσε την άποψη ότι η $A\Theta$ είναι διχοτόμος της γωνίας A του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Θ το σημείο τομής των KZ και EL . Συμφωνείτε με την παραπάνω σκέψη του μαθητή ή όχι; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Δίνονται δυο ίσα ισοσκελή τρίγωνα $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) και $AB\Delta$ ($AB=A\Delta$), τέτοια ώστε οι πλευρές τους $A\Gamma$ και $B\Delta$ να είναι κάθετες. Τα σημεία K και Λ είναι τα μέσα των τμημάτων $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $ED=EG$.

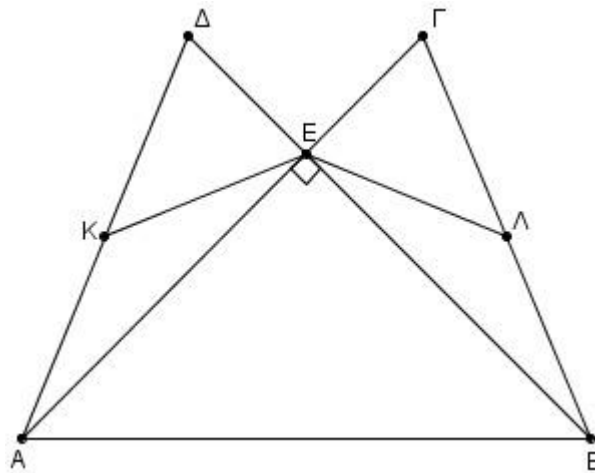
(Μονάδες 7)

β) $\Delta\Gamma \parallel AB$.

(Μονάδες 8)

γ) Το τρίγωνο EKL είναι ισοσκελές και $K\Lambda \parallel AB$.

(Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4

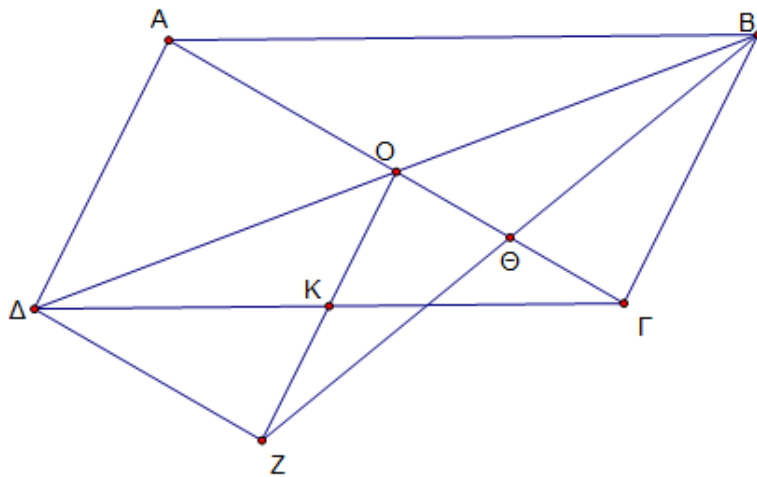
Έστω παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με O το σημείο τομής των διαγωνίων του και K το μέσο του $\Gamma\Delta$. Προεκτείνουμε το τμήμα OK κατά τμήμα $KZ = KO$. Η BZ τέμνει τη διαγώνιο $A\Gamma$ στο Θ .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τμήματα $O\Gamma$ και BZ διχοτομούνται. (Μονάδες 8)

β) $AO = \Delta Z$. (Μονάδες 9)

γ) Τα τρίγωνα $\triangle AOB$ και $\triangle Z\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε το $B\Gamma$ (προς το Γ) κατά τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Φέρουμε τις διαμέσους AE και ΓZ του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ που τέμνονται στο Θ . Το $B\Theta$ προεκτεινόμενο, τέμνει το $A\Gamma$ στο K και το $A\Delta$ στο H .

Να αποδείξετε ότι:

α) Το $ZK\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.

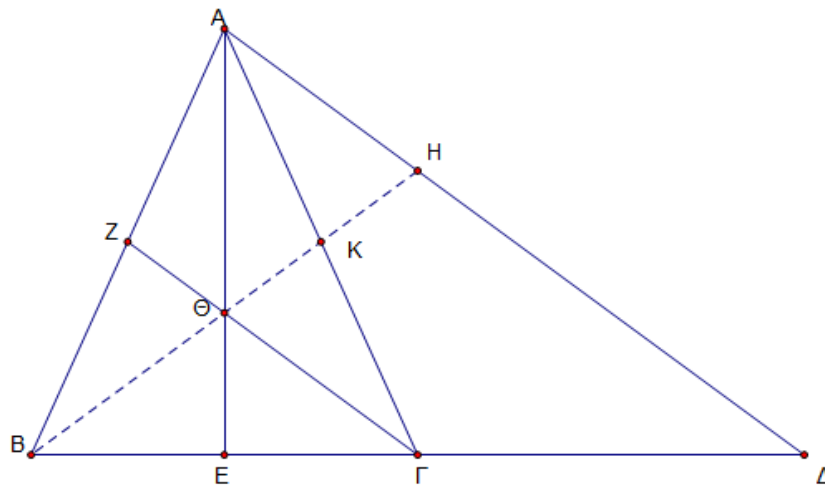
(Μονάδες 9)

β) $AH = \Theta\Gamma$.

(Μονάδες 9)

γ) $AH = 2Z\Theta$.

(Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

Έστω κύκλος με κέντρο O και διάμετρο AB . Φέρνουμε χορδή $\Gamma\Delta \parallel AB$ με K το μέσο της. Από το Δ φέρνουμε το τμήμα ΔE κάθετο στη $\Delta\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $KGOE$ είναι παραλληλόγραμμο.

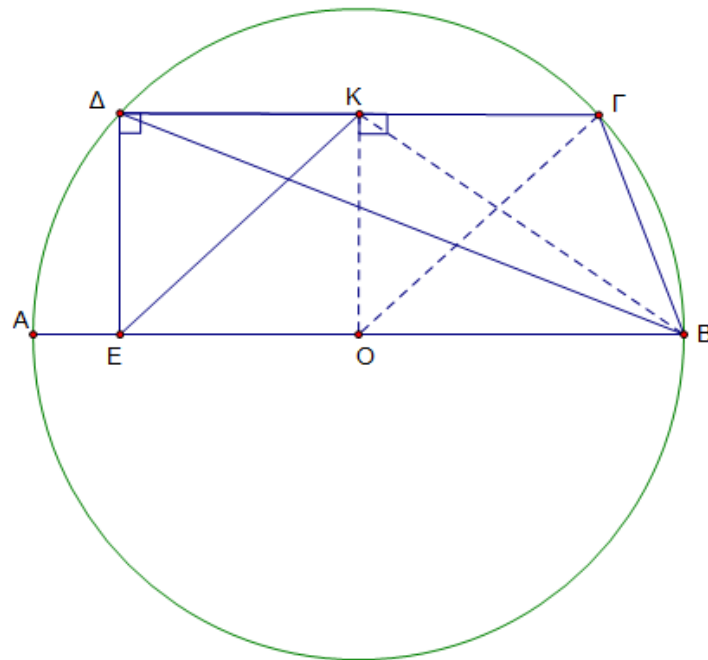
(Μονάδες 8)

β) $\hat{\Delta EK} = \frac{\hat{\Delta O\Gamma}}{2}$.

(Μονάδες 12)

γ) $KE < KB$.

(Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 4

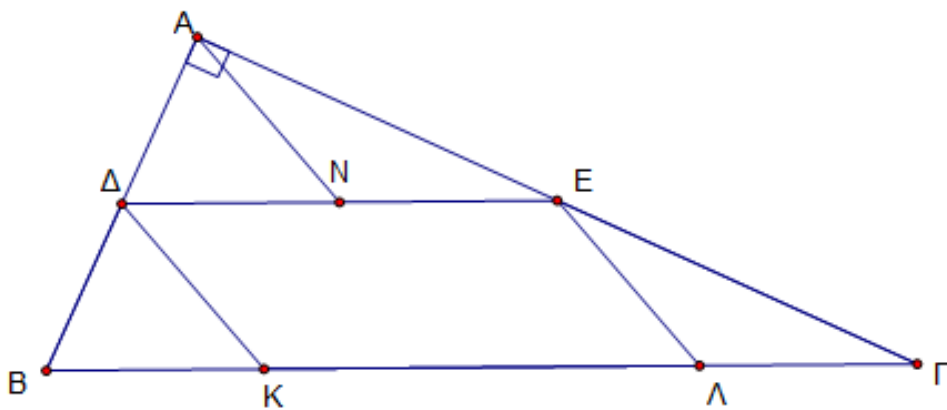
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και Δ , E και N τα μέσα των AB , $A\Gamma$ και DE αντίστοιχα. Στο τμήμα $B\Gamma$ θεωρούμε σημεία K και Λ ώστε $\Delta K = KB$ και $E\Lambda = \Lambda\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{\Delta K\Lambda} = 2\hat{B}$ και $\hat{E\Lambda K} = 2\hat{\Gamma}$. (Μονάδες 10)

β) Το τετράπλευρο $DE\Lambda K$ είναι παραλληλόγραμμο με $\Delta E = 2\Delta K$. (Μονάδες 8)

γ) $AN = \Delta K = \frac{B\Gamma}{4}$ (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

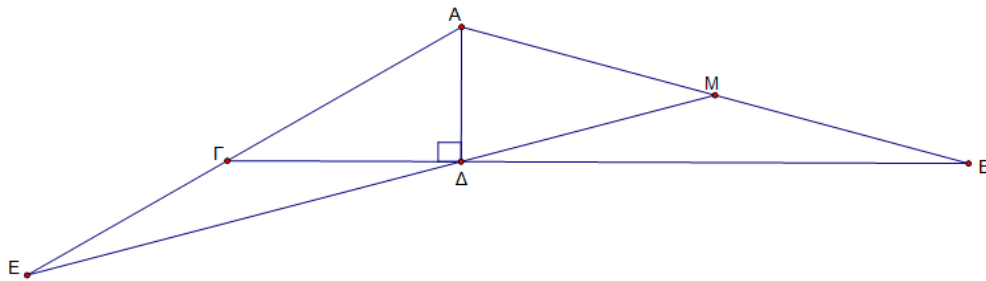
Έστω τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB > A\Gamma$), AD το ύψος του και M το μέσο του AB . Η προέκταση της $M\Delta$ τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο σημείο E ώστε $\Gamma\Delta = \Gamma E$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{B} = \hat{E}$. (Μονάδες 8)

β) $\hat{\Gamma} = 2\hat{B} = \hat{AM\Delta}$. (Μονάδες 10)

γ) $\Gamma E < A\Gamma$. (Μονάδες 7)



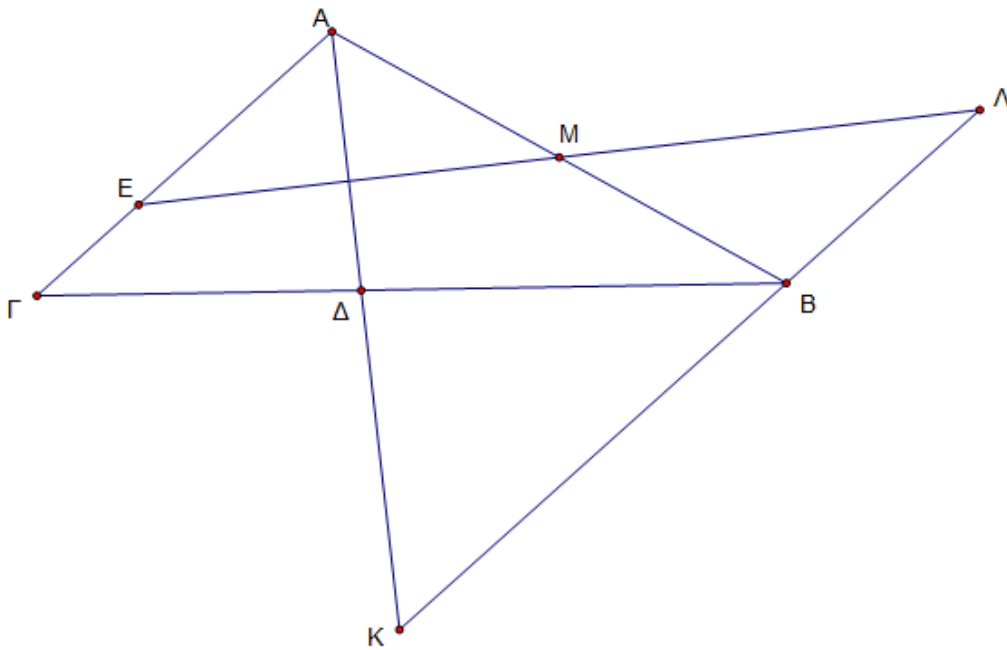
ΘΕΜΑ 4

Έστω τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, AD η διχοτόμος της γωνίας A και M το μέσον της AB . Η κάθετη από το M στην AD τέμνει το $A\Gamma$ στο E . Η παράλληλη από το B στο $A\Gamma$ τέμνει την προέκταση της AD στο K και την προέκταση της EM στο Λ .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα AEM , $M\Lambda B$ και ABK είναι ισοσκελή. (Μονάδες 15)

β) Το τετράπλευρο $A\Lambda B E$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΓAB ($\hat{A} = 90^\circ$). Με διάμετρο την πλευρά του $A\Gamma$ φέρουμε κύκλο που τέμνει την υποτείνουσα $B\Gamma$ στο Δ . Απο το Δ φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα το οποίο τέμνει την AB στο M .

Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{\Gamma A \Delta} = \hat{B}$

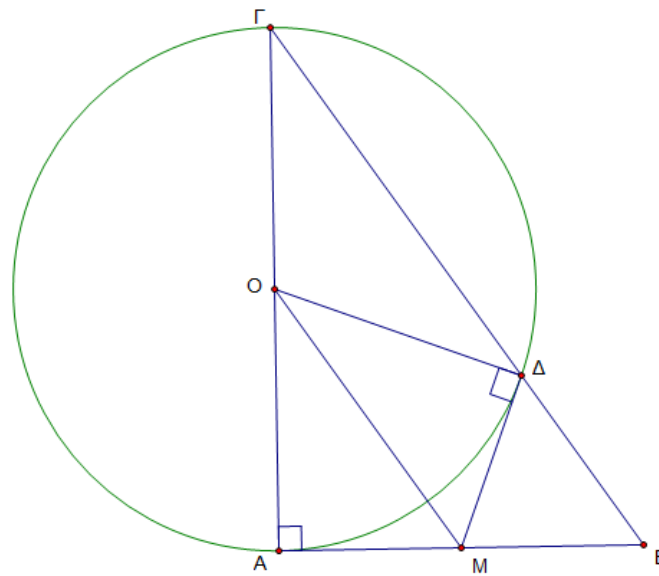
(Μονάδες 9)

β) Το τρίγωνο ΔMB είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 9)

γ) Το M είναι το μέσο του AB .

(Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και AD διάμεσος. Στο τμήμα AD θεωρούμε τυχαίο σημείο K από το οποίο φέρνουμε τα τμήματα KZ και KE κάθετα στις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $\triangle ABK = \triangle A\Gamma K$. (Μονάδες 6)
- ii. Το τρίγωνο $\triangle ZKE$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- iii. Το τετράπλευρο $ZE\Gamma B$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 7)

β) Ένας μαθητής στο (αί.) ερώτημα έδωσε την εξής απάντηση:

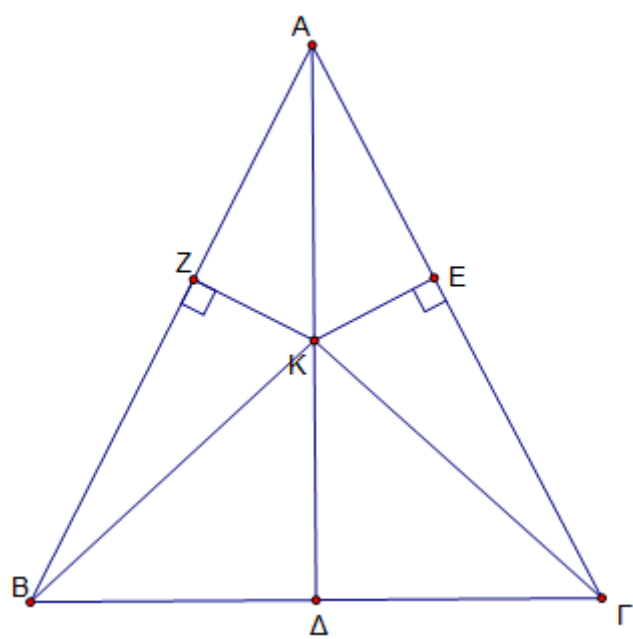
«Το τμήμα AD είναι διάμεσος στη βάση ισοσκελούς άρα ύψος και διχοτόμος του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ και μεσοκάθετος του $B\Gamma$. Οπότε και το τρίγωνο $\triangle B\Gamma K$ είναι ισοσκελές.

Τα τρίγωνα $\triangle ABK$, $\triangle A\Gamma K$ έχουν

- 1. $BK = K\Gamma$
- 2. $\angle BAK = \angle GAK$ επειδή AK διχοτόμος της $\hat{A}$
- 3. $\triangle ABK = \triangle A\Gamma K$ ως διαφορές ίσων γωνιών ισοσκελών τριγώνων.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα βάση του κριτηρίου Γωνία Πλευρά Γωνία.»

Ο καθηγητής είπε ότι η απάντησή του είναι ελλιπής. Να συμπληρώσετε την απάντηση του μαθητή ώστε να ικανοποιεί το κριτήριο Γωνία –Πλευρά- Γωνία διατηρώντας τις πλευρές BK και $K\Gamma$. (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και το ύψος του AH . Αν Δ , E και Z είναι τα μέσα των $AB, A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι :

- α) το τετράπλευρο ΔEZH είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)
- β) οι γωνίες $H\Delta Z$ και HEZ είναι ίσες . (Μονάδες 8)
- γ) οι γωνίες $E\Delta Z$ και EHZ είναι ίσες. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\Delta B\Gamma$ ($\hat{\Delta} = 90^\circ$) (όπου A και Δ εκατέρωθεν της $B\Gamma$) και το μέσο M της $B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $AM\Delta$ είναι ισοσκελές.

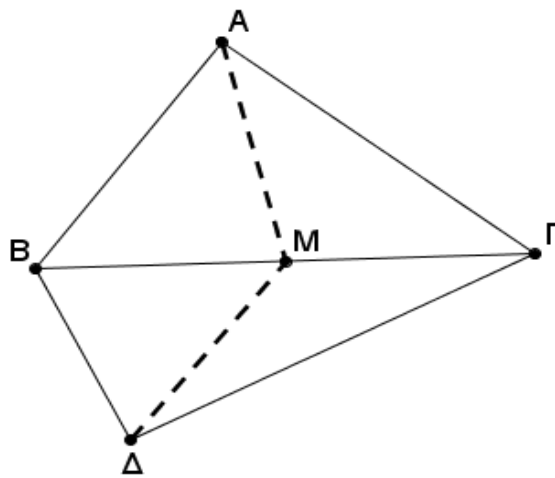
(Μονάδες 9)

β) $\hat{AM\Delta} = 2\hat{A\Gamma\Delta}$

(Μονάδες 9)

γ) $\hat{\Gamma B\Delta} = \hat{\Gamma A\Delta}$

(Μονάδες 7)

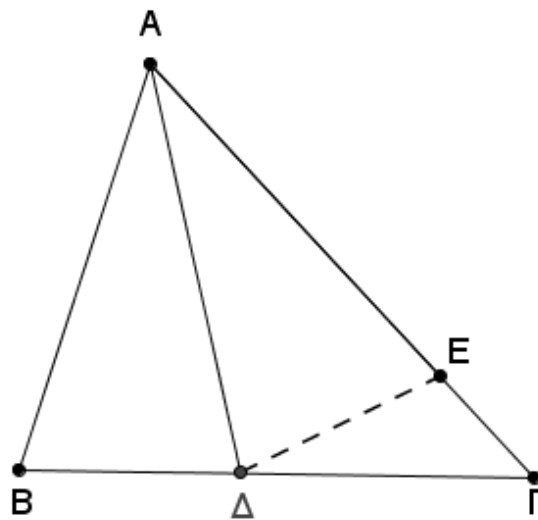


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $AE = AB$.

Να αποδείξετε ότι :

- α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Delta E$ είναι ίσα. (Μονάδες 7)
- β) η ευθεία $A\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος BE . (Μονάδες 9)
- γ) αν το ύψος από την κορυφή B του τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνει την $A\Delta$ στο H τότε η ευθεία EH είναι κάθετη στην AB . (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και M το μέσο της $B\Gamma$. Φέρουμε $\Gamma\Delta \perp B\Gamma$ με $\Gamma\Delta = AB$ (A, Δ εκατέρωθεν της $B\Gamma$).

Να αποδείξετε ότι:

α) $AM \parallel \Gamma\Delta$

(Μονάδες 6)

β) η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $M\hat{A}\Gamma$.

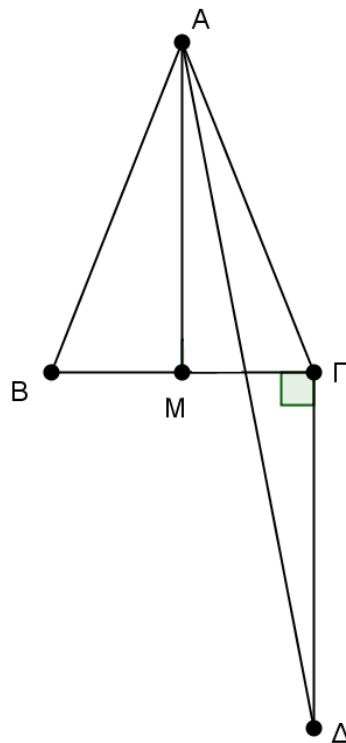
(Μονάδες 7)

γ) $\Delta\hat{A}\Gamma = 45^\circ - \frac{\hat{B}}{2}$

(Μονάδες 7)

δ) $A\Delta < 2 AB$

(Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 4

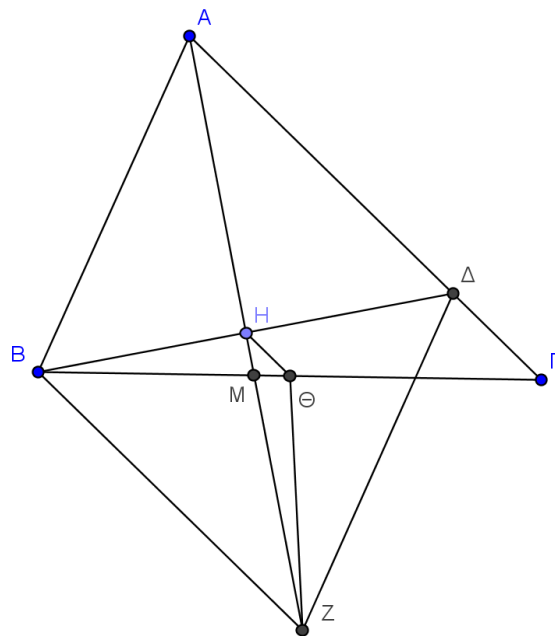
Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Από το B φέρουμε κάθετη στην διχοτόμο AM της γωνίας A , η οποία τέμνει την AM στο H και την $A\Gamma$ στο Δ . Στην προέκταση της AH θεωρούμε σημείο Z τέτοιο ώστε $AH = HZ$ και έστω Θ το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 9)

β) το τετράπλευρο $HBZ\Theta$ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 9)

γ) η διάμεσος του τραπεζίου $HBZ\Theta$ είναι ίση με $\frac{AB + A\Gamma}{4}$. (Μονάδες 7)



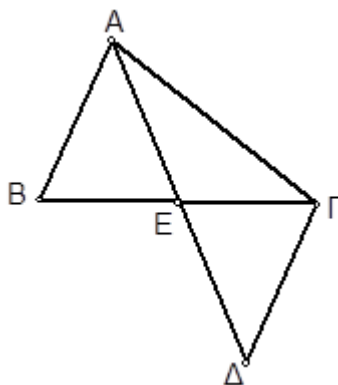
ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι θέσεις στο χάρτη πέντε χωριών Α, Β, Γ, Δ και Ε και οι δρόμοι που τα συνδέουν. Το χωριό Ε ισαπέχει από τα χωριά Β, Γ και επίσης από τα χωριά Α και Δ.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. η απόσταση των χωριών Α και Β είναι ίση με την απόσταση των χωριών Γ και Δ. (Μονάδες 5)
- ii. αν οι δρόμοι ΑΒ και ΓΔ έχουν δυνατότητα να προεκταθούν, να αποδείξετε ότι αποκλείεται να συναντηθούν. (Μονάδες 5)
- iii. τα χωριά Β και Γ ισαπέχουν από τον δρόμο ΑΔ. (Μονάδες 8)

β) Να προσδιορίσετε γεωμετρικά το σημείο του δρόμου ΑΓ που ισαπέχει από τα χωριά Α και Δ. (Μονάδες 7)

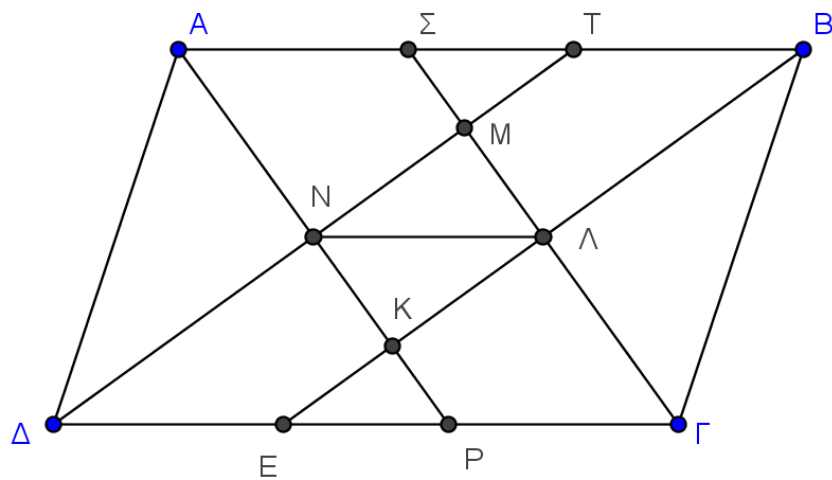


ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB > A\Delta$ και οι διχοτόμοι των γωνιών του AP , BE , $\Gamma\Sigma$ και ΔT (όπου P, E στην $\Delta\Gamma$ και Σ, T στην AB) τέμνονται στα σημεία K, Λ, M και N όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) το τετράπλευρο ΔEBT είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)
- β) το τετράπλευρο $K\Lambda MN$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)
- γ) $\Lambda N \parallel AB$ (Μονάδες 5)
- δ) $\Lambda N = AB - A\Delta$ (Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$, εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο O . Θεωρούμε το μέσο M του κυρτογώνιου τόξου $B\Gamma$ και το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) AM είναι διχοτόμος της γωνίας ΔAO .

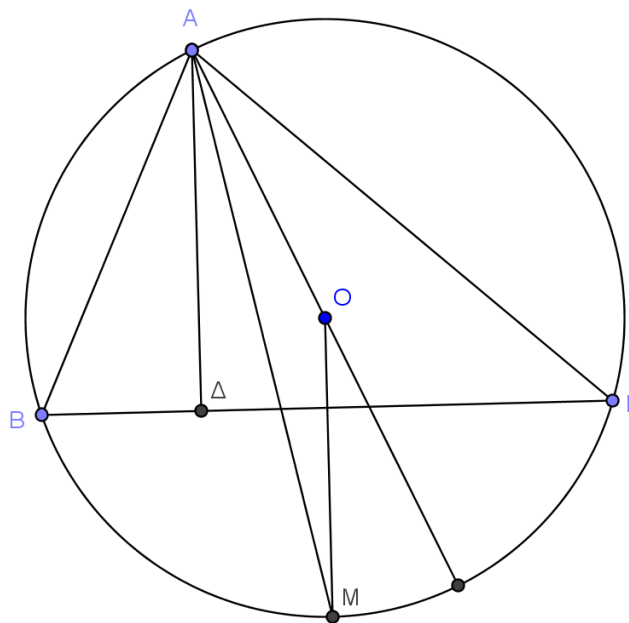
(Μονάδες 8)

β) $\hat{O}\hat{A}\hat{\Gamma} = \hat{\Delta}\hat{A}\hat{B}$

(Μονάδες 9)

γ) $\hat{\Delta}\hat{A}\hat{O} = \hat{B} - \hat{\Gamma}$

(Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Έστω $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο με $AB > B\Gamma$ τέτοιο ώστε οι διαγώνιοί του να σχηματίζουν γωνία 60° . Από το Δ φέρουμε ΔM κάθετη στην $A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. το σημείο M είναι μέσο του AO όπου O το κέντρο του ορθογωνίου.

(Μονάδες 8)

ii. $AM = \frac{1}{4} A\Gamma$

(Μονάδες 7)

β) Αν από το Γ φέρουμε ΓN κάθετη στη $B\Delta$, να αποδείξετε ότι το $MN\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε τη διχοτόμο του $A\Delta$. Έστω ΔK και ΔP οι προβολές του Δ στις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Η κάθετη της $B\Gamma$ στο σημείο Δ τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο E και την προέκταση της πλευράς AB (προς το B) στο σημείο Z .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\hat{B} = \hat{\Delta E\Gamma}$

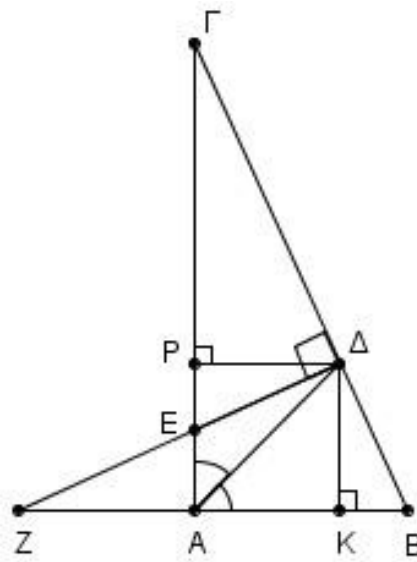
(Μονάδες 8)

ii. $\Delta E = \Delta B$

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta\Gamma Z$

(Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε τα ύψη ΑΚ και ΓΛ. Αν Ε το μέσο της πλευράς ΑΓ τότε :

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΚΕΛ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) Αν η γωνία Β είναι 80° , να αποδείξετε ότι η ΚΛ είναι διχοτόμος της γωνίας ΒΚΕ.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 4

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχουμε ότι $\hat{B} = 30^\circ$. Φέρουμε το ύψος AH και τη διάμεσο AM του τριγώνου $AB\Gamma$. Από την κορυφή B φέρνουμε κάθετη στη διάμεσο AM , η οποία την τέμνει στο σημείο E όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $BE = \frac{AB}{2}$,

(Μονάδες 7)

β) $AH = BE$,

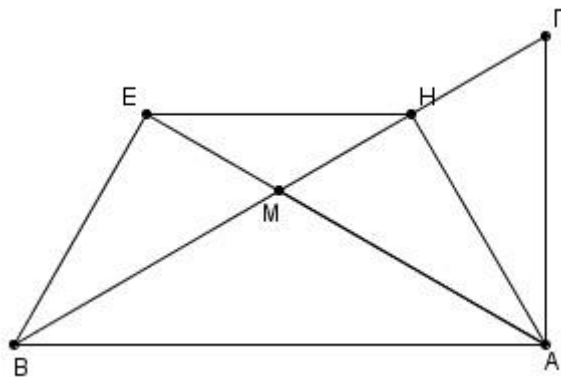
(Μονάδες 7)

γ) το τετράπλευρο $AHEB$ είναι εγγράψιμο,

(Μονάδες 6)

δ) $EH \parallel AB$.

(Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) . Έστω σημείο Δ του τόξου AB τέτοιο ώστε $\Delta B \perp B\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta \perp A\Gamma$. (Μονάδες 8)

β) Έστω H το ορθόκεντρο του τριγώνου $AB\Gamma$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta B H$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)

γ) Αν M το μέσον της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι $OM = \frac{AH}{2}$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του AD . Έστω E , Z και H είναι τα μέσα των BD , AD και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $DEZH$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)
- β) Να βρείτε τη σχέση των πλευρών AB και $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$, ώστε το παραλληλόγραμμο $DEZH$ να είναι ρόμβος. (Μονάδες 10)
- γ) Στην περίπτωση που το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο (η γωνία B ορθή), να βρείτε το είδος του παραλληλογράμμου $DEZH$. (Μονάδες 5)