

Μαθήματα Γεωμετρίας (3)

Μάθημα 3^ο (§3.5 – §3.6, σελίδες 49 έως και 53)

Οι αποδείξεις των **Θεωρημάτων** (σελίδες 49 και 50) δεν θα διδαχθούν, όμως τα θεωρήματα σαν «βασικές αλήθειες» θα χρησιμοποιηθούν.

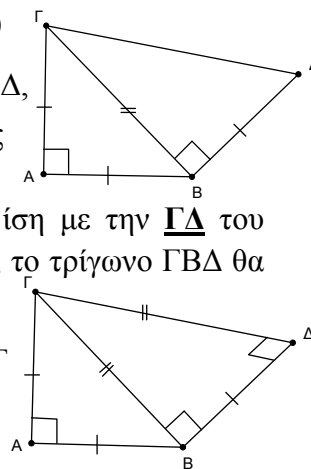
«Βασικές αλήθειες»:

- V. **5^η:** «Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μοναδική κάθετος στην ευθεία».

Σχόλιο: Με δεδομένο ένα επίπεδο εργασίας, από κάθε σημείο μιας ευθείας ε του συγκεκριμένου επιπέδου, διέρχεται μοναδική ευθεία του επιπέδου, που είναι κάθετος στην ευθεία ε .

- VI. **6^η:** «Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα, έχουν δύο «ομόλογες» πλευρές τους, αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα». (1^ο κριτήριο ισότητας)

Προσοχή: Δύο ορθογώνια $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1^\perp$) και $\triangle B\Delta\Gamma$ ($\hat{B} = 1^\perp$), με $AB = A\Gamma = B\Delta$, όπως στο σχήμα, δεν είναι ίσα, αφού αν ήταν ίσα, τότε απέναντι από ίσες γωνίες θα έπρεπε να βρίσκονταν ίσες πλευρές, και επομένως η ΓB που στο τρίγωνο $AB\Gamma$ βρίσκεται απέναντι από την ορθή γωνία, θα ήταν ίση με την $\Gamma\Delta$ του τριγώνου $B\Delta\Gamma$, που βρίσκεται απέναντι από την ορθή γωνία. Όμως τότε, το τρίγωνο $\Gamma B\Delta$ θα ήταν ισοσκελές με $\Gamma B = \Gamma\Delta$, συνεπώς στη βάση του θα υπήρχαν ίσες γωνίες και επομένως $\hat{A} = 1^\perp$. Αυτό όμως δεν γίνεται αφού από το σημείο Γ διέρχεται μοναδική κάθετος στην ευθεία BD .



Σχόλιο: Τα ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Delta\Gamma$ έχουν δύο πλευρές τους, αντίστοιχα ίσες μία προς μία, ($AB = B\Delta$ και $B\Gamma$ κοινή) αλλά δεν ικανοποιείται η απαίτηση του κριτηρίου ισότητας, οι ίσες πλευρές να είναι «ομόλογες», αφού δε θεωρούνται «ομόλογες» πλευρές, μία κάθετη πλευρά του ενός ορθογωνίου τριγώνου και η υποτείνουσα του άλλου.

- VII. **7^η:** «Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα, έχουν μία πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία, αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα». (2^ο κριτήριο ισότητας)

Σχόλιο: (1) Όταν «κατακτήσουμε» τη «βασική αλήθεια»: «το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι δύο ορθές γωνίες», θα μας αρκεί η ύπαρξη ενός ζευγαριού από ίσες αντίστοιχες οξείες γωνίες, ακόμα και αν δεν είναι προσκείμενες στις ίσες πλευρές.

(2) Τα δύο κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων, δεν είναι πάντα μια άμεση «οικονομική» εξειδίκευση των τριών γενικών κριτηρίων ισότητας τριγώνων, και επομένως είναι απαραίτητα.

Συγκεκριμένα, οι περιπτώσεις της §3.6(σελίδα 49) είναι μια άμεση εξειδίκευση των τριών γενικών κριτηρίων ισότητας τριγώνων, ενώ το Θεώρημα II(σελίδα 50) δεν είναι.

- a) «Δύο ορθογώνια τρίγωνα, που έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.» Στην περίπτωση αυτή, επειδή οι περιεχόμενες γωνίες είναι ορθές και επομένως ίσες, έχουμε εφαρμογή του γενικού κριτηρίου Π-Γ-Π.
- b) «Δύο ορθογώνια τρίγωνα, που έχουν μια κάθετη πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία ίσες μία προς μία, είναι ίσα.» Στην περίπτωση αυτή, επειδή οι άλλες προσκείμενες γωνίες είναι ορθές και επομένως ίσες, έχουμε το κριτήριο Γ-Π-Γ.