

Γραφική ερμηνεία

1. Εξίσωση 1^{ου} βαθμού στη μία διάσταση.

$2x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = 3$ Η εξίσωση έχει μία μόνο λύση και απεικονίζεται στον άξονα από το σημείο που έχει τετμημένη 3.

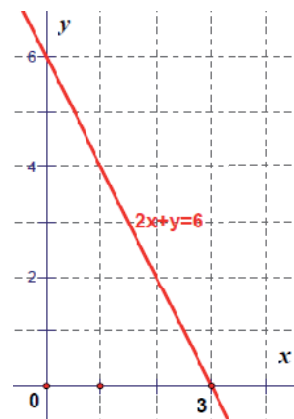


2. Εξίσωση 1^{ου} βαθμού στις δύο διαστάσεις.

$$2x + y = 6$$

Όπως είναι γνωστό, οι άπειρες λύσεις της εξίσωσης, σαν σημεία στο επίπεδο, «δίνουν ευθεία».

Η εξίσωση, λέγεται εξίσωση της συγκεκριμένης ευθείας. Δύο τέτοιες εξισώσεις, όταν έχουν μία μόνο κοινή λύση, δηλαδή όταν οι ευθείες τους τέμνονται, δίνουν για λύση του αντίστοιχου συστήματος, το ζευγάρι συντεταγμένων, του σημείου τομής.



3. Εξίσωση 1^{ου} βαθμού στις τρεις διαστάσεις. **(3D)**

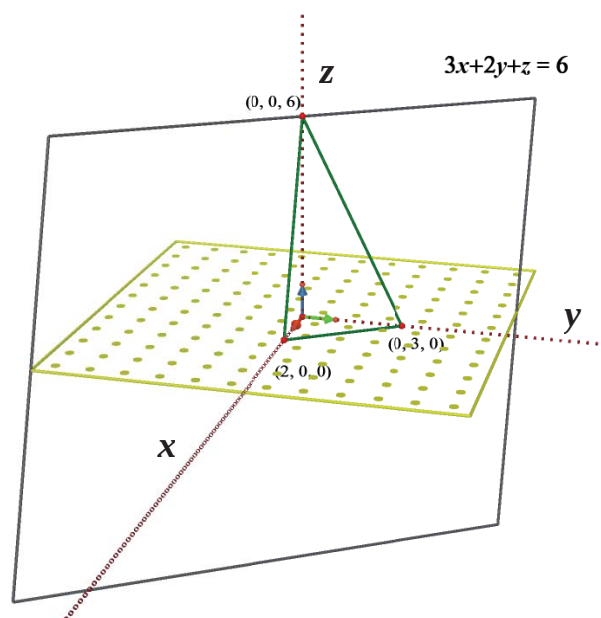
$$3x + 2y + z = 6$$

Οι άπειρες λύσεις της εξίσωσης, σαν σημεία στο χώρο, «δίνουν επίπεδο».

Στην περίπτωση μας, το επίπεδο που έχει εξίσωση την $3x + 2y + z = 6$, είναι το επίπεδο που έχει πάνω του το πράσινο τρίγωνο. Αξίζει τον κόπο να παρατηρήσουμε, ότι οι τριάδες των κορυφών του τριγώνου είναι λύσεις της εξίσωσης. Σε αυτή τη γνώση στηριχθήκαμε, για να κάνουμε την κατασκευή. Γνωρίζαμε ότι οι λύσεις της εξίσωσης, σαν σημεία του χώρου «δίνουν επίπεδο». Γνωρίζαμε ότι ένα επίπεδο ορίζεται από τρία μη συνευθειακά του σημεία.

Βρήκαμε τα τρία, μη συνευθειακά, κοινά σημεία του επιπέδου μας και των τριών αξόνων, μηδενίζοντας ανά δύο τους αγνώστους, με όλους τους συνδυασμούς.

Έτσι κατασκευάσαμε το πράσινο τρίγωνο και στη συνέχεια το επίπεδο που το περιέχει.



Παρατηρήσεις: (i) Το κόκκινο διάνυσμα, είναι το μοναδιαίο του άξονα των **X**, το πράσινο του άξονα των **y** και το μπλε του άξονα των **Z**.

(ii) Εύκολα μπορούμε να δούμε, ότι το παραλληλόγραμμο με τις πράσινες βούλες, μας βοηθάει να φανταστούμε το επίπεδο που ορίζουν οι άξονες των **X**, **y**. Το επίπεδο αυτό εντελώς φυσιολογικά έχει εξίσωση $z = 0$, δηλαδή $0 \cdot x + 0 \cdot y + z = 0$. Πάντα σχεδιάζουμε παραλληλόγραμμο, για να φανταστεί κάποιος το επίπεδο που εννοούμε.

(iii) Όπως στις δύο διαστάσεις το σημείο ήταν η τομή δύο ευθειών και επομένως παρίστανε τη λύση του συστήματος των εξισώσεών τους, έτσι και στις τρεις διαστάσεις η ευθεία είναι η τομή δύο επιπέδων και παριστάνει «τη λύση» του συστήματος των αντίστοιχων εξισώσεων. Όταν τα επίπεδα γίνουν τρία, για να έχει το αντίστοιχο σύστημα των γραμμικών τους εξισώσεων μία μόνο λύση, όπως στην άσκησή μας, θα πρέπει η κοινή ευθεία των δύο επιπέδων να «διαπερνά» το τρίτο.

(iv) Το «πράσινο» επίπεδο, όπως είδαμε έχει εξίσωση $z = 0$. Το επίπεδο των αξόνων **X**, **Z**, έχει εξίσωση $y = 0$.

Έτσι ο άξονας των **X**, σαν κοινή ευθεία των δύο επιπέδων, «εκφράζεται» από το σύστημα $\{z = 0 \text{ και } y = 0\}$.