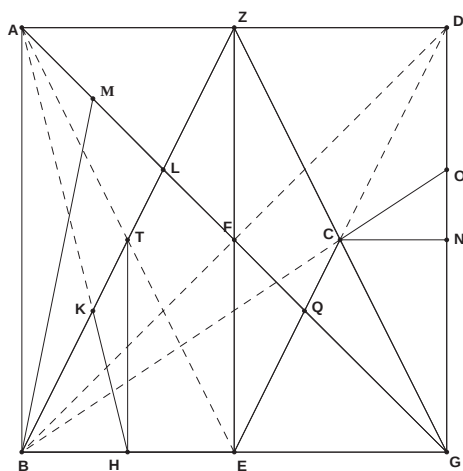


Επειδή στο βιβλίο, δεν υπήρχε το σχήμα που αντιστοιχεί στο κείμενο που είναι γραμμένο στα Γερμανικά, σας ετοίμασα το αρχείο που ακολουθεί. Από τα Αραβικά στα Γερμανικά, η μετάφραση έγινε από τον H. Suter, ενώ από τα Γερμανικά στα Ελληνικά, της «καθαρεύουσας», έγινε από τον Ε. Σ. Σταμάτη. (σελίδες 374 – 375)

Das Buch des Archimedes über die Teilung der Figur Stomachion in vierzehn zu ihr in Verhältnis stehende Figuren.

Wir zeichnen ein Parallelogramm, es sei dies ABGD, halbieren BG in E, errichten EZ senkrecht auf BG, ziehen die Diagonalen AG, BZ und ZG, halbieren ebenfalls BE in H, und errichten HT senkrecht auf BE; dann legen wir das Lineal an den Punkt H und visieren nach dem Punkt A und ziehen HK, halbieren AL in M und ziehen BM, so ist das Rechteck AE in sieben Teile geteilt. Hierauf halbieren wir GD in N, ebenso ZG in C, ziehen EC, legen das Lineal an die Punkte B und C an und ziehen CO, ziehen noch CN, so ist auch das Rechteck ZG in sieben Teile, aber auf andere Weise als das erste, geteilt, mithin das ganze Quadrat in vierzehn Teile.

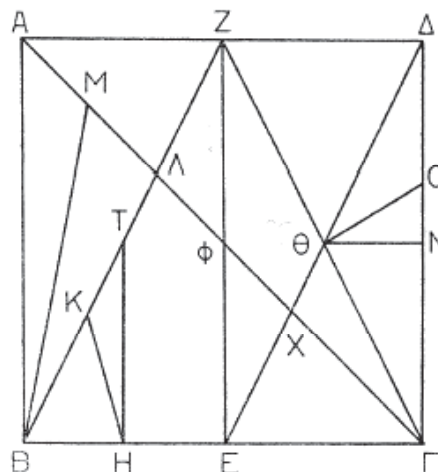
Wir beweisen nun, dass jeder der vierzehn Teile zum ganzen Quadrat in rationalem Verhältnis stehe.



Τὸ βιβλίον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ τῆς διαιρέσεως τοῦ σχήματος τοῦ καλουμένου Στομάχιον εἰς δέκα τέσσαρα σχήματα εὐρισκόμενα εἰς λόγον πρὸς αὐτό*.

Σχεδιάζομεν ἓν παραλληλόγραμμον, ἔστω τὸ ΑΒΓΔ, διχοτομοῦμεν τὴν ΒΓ εἰς τὸ Ε, ὑψώνομεν τὴν ΕΖ κάθετον ἐπὶ τὴν ΒΓ, φέρομεν τὰς διαγωνίους ΑΓ, ΒΖ, καὶ ΖΓ, διχοτομοῦμεν ἐπίσης τὴν ΒΕ εἰς τὸ Η, καὶ ὑψώνομεν τὴν ΗΤ κάθετον ἐπὶ τὴν ΒΕ. Κατόπιν θέτομεν τὸν κανόνα εἰς τὸ σημεῖον Η καὶ κατοπτρεύομεν πρὸς τὸ σημεῖον Α καὶ φέρομεν τὴν ΗΚ, διχοτομοῦμεν τὴν ΑΛ εἰς τὸ Μ καὶ φέρομεν τὴν ΒΜ, ὅποτε τὸ ὀρθογώνιον ΑΕ ἔχει διαιρεθῇ εἰς ἑπτὰ μέρη. Διχοτομοῦμεν τὴν ΓΔ εἰς τὸ Ν, ἐπίσης τὴν ΖΓ εἰς τὸ Θ, φέρομεν τὴν ΕΘ, θέτομεν τὸν κανόνα εἰς τὰ σημεῖα Β καὶ Θ καὶ φέρομεν τὴν ΘΟ, φέρομεν ἀκόμη τὴν ΘΝ, ὅποτε ἔχει ἐπίσης καὶ τὸ ὀρθογώνιον ΖΓ διαιρεθῇ εἰς ἑπτὰ μέρη, ἀλλὰ κατ' ἄλλον τρόπον ἢ τὸ πρῶτον ὀρθογώνιον, καὶ κατὰ ταῦτα τὸ ὅλον τετράγωνον ἔχει διαιρεθῇ εἰς δέκα τέσσαρα μέρη.

* Ἀποδεικνύομεν τώρα ὅτι ἕκαστον τῶν δεκατεσσάρων μερῶν πρὸς ὁλόκληρον τὸ τετράγωνον εὐρίσκεται εἰς ῥητὴν σχέσιν.



Ὅπως γίνεται αντιληπτό, το πρωτότυπο κείμενο, δεν είναι στη διάθεση των μελετητών, και εμεῖς πρέπει να αρκεστούμε στην εκδοχή από «**τρίτο και τέταρτο χέρι**». Αξίζει τον κόπο, οι μαθητές που γνωρίζουν Γερμανικά, να επιχειρήσουν τη δική τους μετάφραση, και οι μαθητές της Θεωρητικής (B₁) να δώσουν τη μετάφραση, από την «**καθαρεύουσα**» του μεγάλου μελετητή Ε.Σ. Σταμάτη, στα «**Νέα Ελληνικά**».

Στις μεταφράσεις αυτές, μπορείτε να διαπιστώσετε ότι χρησιμοποιείται η «σύγχρονη γλώσσα της άλγεβρας», από τη χρήση του συμβόλου «1», αντί για «eins»–«ένα», και $\frac{1}{4}$, αντί για «ein Viertel»

– «**ένα τέταρτο**», μέχρι τη χρήση πιο προχωρημένων μορφών: **αναλογιών και εξισώσεων**.

Προφανώς, αυτό γίνεται για να διευκολυνθεί η παρακολούθηση και κατανόηση των συλλογισμών, και υπογραμμίζει το πόσο **σπουδαία κατάκτηση της ανθρωπότητας** είναι «**η συμβολική γλώσσα της άλγεβρας**». Ξανασκεφτείτε λοιπόν, πριν δυσανασχετήσετε στην «ώρα της Άλγεβρας».

Ο Αρχιμήδης, εκτός από μεγάλος «επιστήμονας», θα πρέπει να θεωρηθεί και μεγάλος δάσκαλος, αφού αυτά που παραλείπει σαν αυτονόητα, μας υποχρεώνουν να σκεπτόμαστε και να ερευνάμε.

Το κείμενο αυτό, βρίσκεται στο **πιο σπουδαίο «παλίμψηστο» του κόσμου**, όπως αυτό χαρακτηρίστηκε από τους επικεφαλής της ερευνητικής ομάδας που το μελετά από το έτος 1999. Για το «παλίμψηστο» αυτό, που είναι γνωστό με το όνομα «Ο Κώδικας του Αρχιμήδη», θα επανέλθουμε, δίνοντας ιστορικά στοιχεία, τόσο για τις περιπέτειές του, όσο και για το περιεχόμενό του.

ΣΤΟΜΑΧΙΟΝ

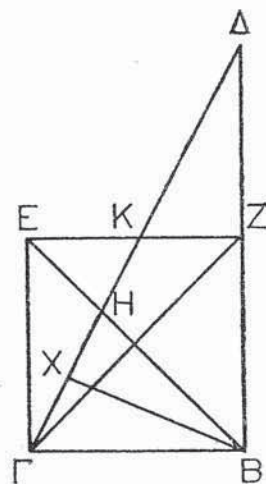
Τοῦ λεγομένου Στομαχίου ποικί|λαν ἔχοντος τὰς ἐξ ὧν
 συνέστακε | σχημάτων μεταθέσεως θεωρίαν | ἀναγκαῖον
 ἡγησάμην πρᾶττον του | < > | ῥῶν
 5 ἐκθέσθαι, εἷς τε ἃ διαιρεῖται, | ἕκαστόν τε αὐτῶν τίνι ἐστὶν
 ὁμοιού|μενον, ἔτι δὲ καί, ποῖαι γωνίαι σύ|νδυο λαμβανό-
 μεναι < . . . > καὶ < . . . > | θάς, εἴρηται πρὸς τὸ τὰς ἑναρ-
 μόσεις | τῶν ἐξ αὐτῶν γεννωμένων σχα | μάτων γιννώσκε-
 σθαι, εἴτε ἐπ' εὐ|θείας εἰσὶν αἱ γεννώμεναι ἐν τοῖς | σχάμασι
 10 πλευραί, εἴτε καὶ μικρῶς | λείπουσαι τᾷ θεωρίᾳ λανθά | νου-
 σιν· τὰ γὰρ τοιαῦτα φιλότεχνα· | καὶ ἐὰν ἐλάχιστον μὲν λεί-
 πηται, τᾷ | δὲ θεωρίᾳ λανθάνη, οὐ παρὰ τοῦ | τ' ἐστὶν ἔκ-
 βλητα, ἃ συνίσταται. |

Ἔστι μὲν οὖν ἐξ αὐτῶν οὐκ ὀλίγων σχημάτων |
 15 . . ο . . διὰ τὸ ν . . τον εἶναι | εἷς ἕτερον τρόπον τοῦ
 ἴσον καὶ ἴσο | γωνίου σχάματος μετατιθεμε . . . | καὶ ἐτέ
 λαμβάνοντας. < ἐνίο > | τε δὲ καὶ δύο σχημάτων συν-
 ἄμφω | ἐνὶ σχήματι ἴσων ὄντων καὶ ὁμοί | ων τῷ ἐνὶ σχή-
 H 418 ματι ἢ καὶ δύο σχη | μάτων συνάμφω ἴσων τε καὶ ὁμοί | ων
 20 ὄντων δυσὶ σχήμασι συνάμφω | πλείονα σχήματα συνίστα-
 ται ἐ | κ τῆς μεταθέσεως. προγράφομε | ν οὖν τι θεώρημα
 εἷς αὐτὸ συντεῖ | νον.

Ἀρχιμήδους Στομάχιον

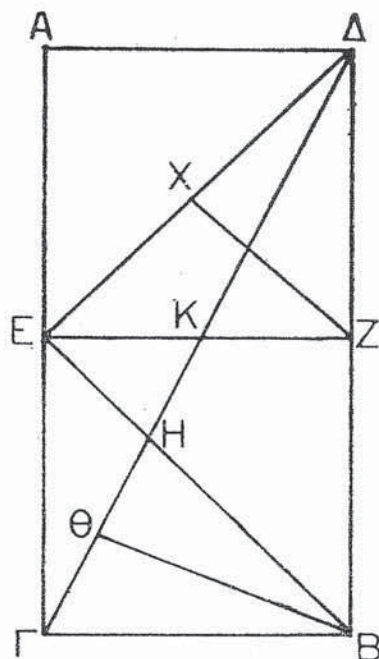
Ἐπειδὴ τὸ λεγόμενον στομάχιον ἔχει ποικίλην θεωρίαν τῆς μεταθέσεως τῶν σχημάτων ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται ἐθεώρησα ἀναγκαῖον νὰ ἐκθέσω τὰ μέρη εἰς τὰ ὁποῖα διαιρεῖται, καὶ ἕκαστον ἐξ αὐτῶν πρὸς ποῖον εἶναι ὅμοιον, προσέτι δὲ καὶ ποῖαι γωνίαι λαμβανόμεναι ἀνὰ δύο <σχηματίζουν δύο ὀρθὰς> ἐλέχθη διὰ νὰ ἀναγνωρίζωνται αἱ ἐναρμόσεις (μεταθέσεις) τῶν ἐξ αὐτῶν γεννωμένων σχημάτων, εἴτε αἱ γεννῶμεναι εἰς τὰ σχήματα πλευραὶ εὐρίσκονται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς, εἴτε καὶ ἂν παρεκκλίνωσιν ὀλίγον ἢ ἀπόκλισις δὲν φαίνεται· διότι τὰ τοιαῦτα πράγματα ἀπαιτοῦσι ἐνδελεχῇ ἔρευναν· καὶ ἐὰν ἐλλείπῃ ὀλίγον διὰ νὰ εἶναι αἱ πλευραὶ ἐπ' εὐθείας, τοῦτο δὲ δὲν φαίνεται, δὲν εἶναι τοῦτο λόγος διὰ νὰ παραμεληθῇ ἡ ἔρευνα αὐτῶν.

Ὑπάρχουσι μὲν λοιπὸν ἐξ αὐτῶν ὅχι ὀλίγα σχήματα . . . διότι ἐν μέρος αὐτῶν εἰς τὴν θέσιν ἄλλου σχήματος δύναται νὰ μετατεθῇ, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον καὶ ἰσογώνιον. Ἐνίοτε δὲ καὶ ἐκ δύο σχημάτων τὰ ὁποῖα ὁμοῦ εἶναι ἴσα καὶ ὅμοια πρὸς ἓν σχῆμα ἢ καὶ ἐκ δύο σχημάτων τὰ ὁποῖα ὁμοῦ εἶναι ἴσα καὶ ὅμοια πρὸς δύο σχήματα ὁμοῦ σχηματίζονται περισσότερα σχήματα ἐκ τῆς μεταθέσεως. Προτάσσομεν λοιπὸν θεώρημά τι χρήσιμον πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτόν.



Ἐστω γὰρ παραλληλόγραμ | μον ὀρθογώνιον τὸ ΖΓ, καὶ
 δε . ι ω | ἡ ΕΖ τῷ Κ, καὶ . . διήχθωσαν | ἀπὸ τῶν
 Γ, Β αἱ ΓΚ, ΒΕ . ει ων | τῶν Γ
 ἐκ<βεβλή> | σθωσαν αἱ ΓΚ, ΒΖ καὶ συμπιπτε | τωσαν κατὰ
 5 τὸ Δ > | ἡ ΓΗ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΚ τῇ ΚΖ,
 <ἴση> | καὶ ἡ ΓΕ, τουτέστιν ἡ ΒΖ, τῇ ΖΔ· ὥ<στε> | μείζων
 ἡ ΓΖ τῆς ΖΔ· καὶ γωνία <ἄρα> | ἡ ὑπὸ τῶν ΖΔΓ τῆς ὑπὸ
 τῶν ΖΓΔ | μείζων. ἴσαι δὲ εἰσιν αἱ ὑπὸ ΗΒΔ, ΖΓΒ· | ἡ-
 μίσεια γὰρ ὀρθῆς ἑκατέρω· μεί | ζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΗΒ,
 10 ἐπεὶ | ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ | ἀπεναντίον ταῖς
 ὑπὸ ΗΒΔ, ΗΔΒ, | τῆς ὑπὸ τῶν ΗΓΒ· ὥστε μείζων |
 ἐστὶν ἡ ΓΒ τῆς ΒΗ. ἐὰν ἄρα δίχα τμη | θῇ ἡ ΓΗ κατὰ Χ,
 ἔσται ἀμβλεῖα μὲν | ἡ ὑπὸ ΓΧΒ· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἡ ΓΧ τῇ
 ΧΗ, | καὶ κοινὴ ἡ ΧΒ, δύο δυσὶν ἴσαι· καὶ | βάσις ἡ ΓΒ
 15 τῆς ΒΗ μείζων· καὶ | ἡ γωνία ἄρα τῆς γωνίας μεί | ζων.
 ἀμβλεῖα μὲν ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΧΒ, ὀξεῖα | δὲ ἡ ἐφεξῆς. ἡμίσεια
 δὲ ὀρθῆς ἡ | ὑπὸ ΓΒΗ· τοῦτο γάρ ἐστιν ὑποκείμε | νον τοῦ
 παραλληλογράμμου· ὀξεῖ | α δὲ ἡ ὑπὸ ΒΧΗ. καὶ . τι δὲ ἴση ἡ
 | λοιπαὶ ΓΒΗ καὶ συνίσταται καὶ | διαιρεῖται τοῦτο επ . ον
 20 τον | βάσιος . τι | αστ .
 Η 420 α . ἄρα ο ΑΒ | . αν . . ο τὴν ΓΑ νῶν |
 ἔχον τὸ ἐπίλοιπ |
 | . . δύνασθαι ἄρ ξειν εκ | τῶν τομῶν . . .
 τῶν τάξιν ἔχοντ.
 25 τετμήσθω ἡ ΓΑ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ | διὰ τοῦ Ε τῇ ΒΓ
 παράλληλος ἦχθω | ἡ ΕΖ· ἔστιν οὖν τετράγωνον τὰ ΓΖ, ΖΑ.
 | ἦχθωσαν διάμετροι αἱ ΓΔ, ΒΕ, ΕΔ, | καὶ τετμήσθωσαν
 δίχα αἱ ΓΗ, ΕΔ | κατὰ τὰ Θ, Χ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν | αἱ
 ΒΘ, ΧΖ, καὶ διὰ τῶν . , Κ τῇ ΒΔ πα | ράλληλοι ἦχθωσαν αἱ
 30 Κ., . Ε. διὰ | τὸ προκείμενον ἄρα θεώρημα τοῦ | ΒΓΘ τρι-

Διότι ἔστω ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΓ, καὶ ἄς τμη-
θῇ εἰς τὸ μέσον ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Κ, καὶ ἄς ἀχθῶσιν ἀπὸ τῶν Γ, Β,
αἱ ΓΚ, ΒΕ . . . καὶ ἄς προεκβληθῶσιν αἱ ΓΚ, ΒΖ, καὶ ἄς συναν-
τῶνται κατὰ τὸ Δ . . . ἡ ΓΗ. Ἐπειδὴ εἶναι ἡ ΕΚ = ΚΖ καὶ ἡ
ΓΕ τουτέστιν ἡ ΒΖ = ΖΔ· ὥστε εἶναι ἡ ΓΖ > ΖΔ· καὶ ἡ γωνία ἄρα
ΖΔΓ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς γωνίας ΖΓΔ (Εὐκλ. Ι, 18). Εἶναι δὲ γω-
νία ΗΒΔ = γωνία ΖΓΒ· διότι ἐκάστη εἶ-
ναι ἡμισυ ὀρθῆς· εἶναι ἄρα γωνία ΓΗΒ >
γωνίας ΗΓΒ, ἐπειδὴ ἡ γωνία ΓΗΒ = πρὸς
τὰς δύο ἐντὸς καὶ ἀπέναντι τὰς ΗΒΔ +
ΗΔΒ (Εὐκλ. Ι, 32)· ὥστε εἶναι ΓΒ > ΒΗ
(Εὐκλ. Ι, 19). Ἐὰν ἄρα ἡ ΓΗ τμηθῇ εἰς
τὸ μέσον κατὰ τὸ Χ, θὰ εἶναι ἀμβλεῖα ἡ
ΓΧΒ· διότι ἐπειδὴ εἶναι ΓΧ = ΧΗ, καὶ
κοινὴ ἡ ΧΒ, ὑπάρχουσιν εἰς ἓν τρίγωνον
δύο πλευραὶ ἴσαι πρὸς δύο πλευράς· καὶ ἡ
βάσις ΓΒ > τῆς βάσεως ΒΗ· καὶ ἡ γωνία
ἄρα ἡ ἀπέναντι τῆς μεγαλυτέρας βάσεως
εἶναι μεγαλυτέρα (Εὐκλ. Ι, 25). Εἶναι ἄρα
ἀμβλεῖα μὲν ἡ ΓΧΒ, ὀξεῖα δὲ ἡ ἐφεξῆς. Εἶναι δὲ ἡμισυ ὀρθῆς ἡ
ΓΒΗ· διότι τοῦτο ὑπάρχει ἐκ τοῦ τετραγώνου σχήματος· εἶναι δὲ
ὀξεῖα ἡ ΒΧΗ. Καὶ . . . εἶναι ἴση . . . λοιπαὶ ΓΒΗ καὶ συνίσταται
καὶ διαιρεῖται τοῦτο . . .



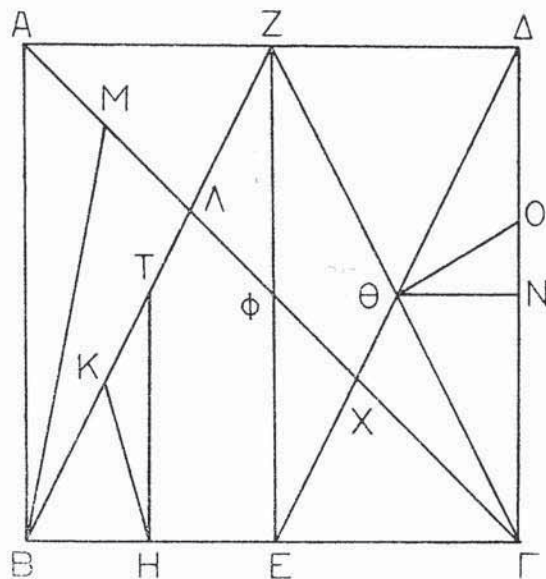
Ἄς τμηθῇ ἡ ΓΑ εἰς τὸ μέσον κατὰ τὸ Ε, καὶ διὰ τοῦ Ε ἄς ἀχθῇ
ἡ ΕΖ παράλληλος πρὸς τὴν ΒΓ· εἶναι λοιπὸν τὰ σχήματα ΓΖ, ΖΑ
τετράγωνα. Ἄς ἀχθῶσιν αἱ διαγώνιοι ΓΔ, ΒΕ, ΕΔ, καὶ ἄς τμηθῶσι
εἰς τὸ μέσον αἱ ΓΗ, ΕΔ κατὰ τὰ Θ, Χ, καὶ ἄς ἀχθῶσιν αἱ ΒΘ, ΧΖ,
καὶ διὰ τῶν . . . Κ πρὸς τὴν ΒΔ παράλληλοι ἄς ἀχθῶσιν αἱ Κ . . . Ξ.
Ἐκ τοῦ προηγουμένου ἄρα θεωρήματος συνάγεται ὅτι ἡ πρὸς τὸ Θ

γώνον ἢ πρὸς τῷ Θ γωνία | ἀμβλεῖα, ἢ δὲ λοιπὴ ὀξεῖα
 | νερὸν φανερόν δὲ . . . εἰ

Das Buch des Archimedes über die Teilung der Figur
 Stomachion in vierzehn zu ihr in Verhältniss stehende Fi-
 5 guren.

Wir zeichnen ein Parallelogramm, es sei dies $ABGD$,
 halbieren BG in E , errichten EZ senkrecht auf BG , ziehen
 die Diagonalen AG , BZ und ZG , halbieren ebenfalls BE
 in H , und errichten HT senkrecht auf BE ; dann legen wir
 10 das Lineal an den Punkt H und visieren nach dem Punkt
 A und ziehen HK , halbieren AL in M und ziehen BM , so
 ist das Rechteck AE in sieben Teile geteilt. Hierauf halbie-
 H 421 ren wir GD in N , ebenso ZG in C , ziehen EC , legen das
 Lineal an die Punkte B und C an und ziehen CO , ziehen
 15 noch CN , so ist auch das Rechteck ZG in sieben Teile, aber
 auf andere Weise als das erste, geteilt, mithin das ganze
 Quadrat in vierzehn Teile.

Wir beweisen nun, dass jeder der vierzehn Teile zum
 ganzen Quadrat in rationalem Verhältniss stehe.



ΣΤΟΜΑΧΙΟΝ

γωνία τοῦ τριγώνου ΒΓΘ εἶναι ἀμβλεῖα, ἡ δὲ ἄλλη ὀξεῖα . . . εἶναι δὲ φανερόν . . . εἰ . . .

Τὸ βιβλίον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ τῆς διαιρέσεως τοῦ σχήματος τοῦ καλουμένου Στομάχιον εἰς δέκα τέσσαρα σχήματα εὕρισκόμενα εἰς λόγον πρὸς αὐτό*.

Σχεδιάζομεν ἓν παραλληλόγραμμον, ἔστω τὸ ΑΒΓΔ, διχοτομοῦμεν τὴν ΒΓ εἰς τὸ Ε, ὑψώνομεν τὴν ΕΖ κάθετον ἐπὶ τὴν ΒΓ, φέρομεν τὰς διαγωνίους ΑΓ, ΒΖ, καὶ ΖΓ, διχοτομοῦμεν ἐπίσης τὴν ΒΕ εἰς τὸ Η, καὶ ὑψώνομεν τὴν ΗΤ κάθετον ἐπὶ τὴν ΒΕ. Κατόπιν θέτομεν τὸν κανόνα εἰς τὸ σημεῖον Η καὶ κατοπτεύομεν πρὸς τὸ σημεῖον Α καὶ φέρομεν τὴν ΗΚ, διχοτομοῦμεν τὴν ΑΛ εἰς τὸ Μ καὶ φέρομεν τὴν ΒΜ, ὅποτε τὸ ὀρθογώνιον ΑΕ ἔχει διαιρεθῇ εἰς ἑπτὰ μέρη. Διχοτομοῦμεν τὴν ΓΔ εἰς τὸ Ν, ἐπίσης τὴν ΖΓ εἰς τὸ Θ, φέρομεν τὴν ΕΘ, θέτομεν τὸν κανόνα εἰς τὰ σημεῖα Β καὶ Θ καὶ φέρομεν τὴν ΘΟ, φέρομεν ἀκόμη τὴν ΘΝ, ὅποτε ἔχει ἐπίσης καὶ τὸ ὀρθογώνιον ΖΓ διαιρεθῇ εἰς ἑπτὰ μέρη, ἀλλὰ κατ' ἄλλον τρόπον ἢ τὸ πρῶτον ὀρθογώνιον, καὶ κατὰ ταῦτα τὸ ὅλον τετράγωνον ἔχει διαιρεθῇ εἰς δέκα τέσσαρα μέρη.

Ἀποδεικνύομεν τώρα ὅτι ἕκαστον τῶν δεκατεσσάρων μερῶν πρὸς ὁλόκληρον τὸ τετράγωνον εὕρσκεται εἰς ῥητὴν σχέσιν.

* Ἀπόσπασμα ἐκ τοῦ ἀραβικοῦ μεταφρασθὲν εἰς τὴν γερμανικὴν ὑπὸ Η. Suter.

Weil ZG die Diagonale des Rechtecks ZG ist, so ist $\triangle$
H 422 DZG die Hälfte dieses Rechtecks, also $\frac{1}{4}$ des Quadrates.
Aber $\triangle GNC$ ist $\frac{1}{4}$ von $\triangle DZG$, weil, wenn wir EC verlän-
gern, es in den Punkt D trifft, und dann also $\triangle GDC$ die
5 Hälfte des $\triangle DZG$ und gleich den beiden $\triangle GNC$ und DNC
zusammen ist; also ist $\triangle GNC = \frac{1}{16}$ des Quadrats. Wenn
wir nun ferner annehmen, die Linie OC sei nach dem
Punkte B gerichtet, wie sie in der Tat auch gezeichnet wurde,
so ist die Linie NC parallel zur Seite BG des Quadrates,
10 resp. des $\triangle OBG$, also hat man die Proportion [Eucl. VI, 2]
 $BG : NC = GO : NO$.

Es ist aber BG das Vierfache von NC , also auch GO das
Vierfache von NO ; deshalb ist nun GN das Dreifache von
 NO und $\triangle GNC = 3 \triangle ONC$ [Eucl. VI, 1]. Da aber, wie wir
15 gezeigt haben, $\triangle GNC = \frac{1}{16}$ des Quadrates ist, so ist $\triangle$
 $ONC = \frac{1}{48}$ des Quadrates. Weil ferner $\triangle GDZ = \frac{1}{4}$ des
Quadrates ist und deshalb $GNC = \frac{1}{16}$ desselben und $\triangle$
 $NCO = \frac{1}{48}$ desselben, so bleibt für das Viereck $DOCZ =$
 $\frac{1}{6}$ der Quadratfläche übrig. Nach der Voraussetzung¹⁾ geht
20 ferner die Linie NC durch den Punkt F , und es wäre CF
parallel zu GE ; also hat man die Proportion [Eucl. VI, 4]
 $EG : CF = EQ : CQ = GQ : FQ$. Weil nun $EQ = 2CQ$
und $GQ = 2FQ$,²⁾ so ist $\triangle EQG$ das Doppelte jedes der
beiden $\triangle GCQ$ und EFQ [Eucl. VI, 1]. Es ist aber klar,
25 dass $\triangle EGZ = 2 \triangle EFG$ ist [Eucl. VI, 1], weil $ZE =$
 $2FE$ ist. Das $\triangle EGZ$ ist aber $= \frac{1}{4}$ des Quadrates, also $\triangle$

1) Quia rectae DG , ZE inter se aequales utraque in punctis
 N , F et recta ZG in C in binas partes aequales sectae sunt.

2) Quia $EG = 2CF$.

Διότι ἐπειδὴ ἡ ΖΓ εἶναι διαγώνιος τοῦ ὀρθογωνίου ΖΓ, τὸ τρίγωνον ΔΖΓ εἶναι τὸ ἥμισυ τοῦ ὀρθογωνίου τούτου, ἥτοι τὸ ἐν τέταρτον τοῦ τετραγώνου. Ἀλλὰ τὸ τρίγωνον ΓΝΘ εἶναι τὸ ἐν τέταρτον τοῦ τριγώνου ΔΖΓ, ἐπειδὴ, ἐὰν προεκτείνωμεν τὴν ΕΘ, συναντᾷ αὐτὸ εἰς τὸ Δ, καὶ τότε εἶναι τὸ τρίγωνον ΓΔΘ τὸ ἥμισυ τοῦ τριγώνου ΔΖΓ καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν τριγώνων ΓΝΘ, ΔΝΘ. Εἶναι ἄρα τὸ τρίγωνον ΓΝΘ ἴσον πρὸς τὸ ἐν δέκατον ἕκτον τοῦ τετραγώνου. Ἐὰν τώρα ὑποθέσωμεν, ὅτι ἡ εὐθεῖα γραμμὴ ΟΘ νεύει πρὸς τὸ σημεῖον Β, ὅπως πράγματι ἔχει σχεδιασθῇ, ἡ εὐθεῖα ΝΘ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν πλευρὰν ΒΓ τοῦ τετραγώνου καὶ τοῦ τριγώνου ΟΒΓ, ὁπότε ὑπάρχει ἡ ἀναλογία

$$ΒΓ : ΝΘ = ΓΟ : ΝΟ$$

(Εὐκλ. VI, 2). Εἶναι ὁμως ἡ ΒΓ = 4 ΝΘ, καὶ ἐπίσης ἡ ΓΟ = 4ΝΟ. Εἶναι ἄρα ἡ ΓΝ = 3ΝΟ καὶ τὸ τρίγωνον ΓΝΘ = 3 τρίγωνα ΟΝΘ (Εὐκλ. VI, 1). Ἐπειδὴ ὁμως, ὡς ἔχομεν ἀποδείξει, τὸ τρίγωνον ΓΝΘ = $\frac{1}{16}$ τοῦ τετραγώνου, εἶναι ἄρα τὸ τρίγωνον ΟΝΘ = $\frac{1}{48}$ τοῦ τετραγώνου.

Ἐπειδὴ ἀκόμη τὸ τρίγωνον ΓΔΖ = $\frac{1}{4}$ τοῦ τετραγώνου καὶ ἐπομένως ΓΝΘ = $\frac{1}{16}$ τοῦ ἰδίου καὶ τρίγωνον ΝΘΟ = $\frac{1}{48}$ τοῦ ἰδίου, οὕτω μένει νὰ εἶναι τὸ τετράπλευρον ΔΟΘΖ = $\frac{1}{6}$ τοῦ τετραγώνου. Κατὰ τὴν ὑπόθεσιν ἡ εὐθεῖα γραμμὴ ΝΘ διέρχεται διὰ τοῦ σημείου Φ, καὶ θὰ εἶναι ἡ ΘΦ παράλληλος πρὸς τὴν ΓΕ. Εἶναι ἄρα ΕΓ : ΘΦ = ΕΧ : ΘΧ = ΓΧ : ΦΧ (Εὐκλ. VI, 4). Ἐπειδὴ τώρα εἶναι ΕΧ = 2ΘΧ καὶ ΓΧ = 2ΦΧ, θὰ εἶναι καὶ τὸ τρίγωνον ΕΧΓ ἴσον πρὸς τὸ διπλάσιον ἑκατέρου τῶν δύο τριγώνων ΓΘΧ καὶ ΕΦΧ (Εὐκλ. VI, 1). Ἐκ τούτου εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ τρίγωνον ΕΓΖ = 2 τρίγωνα ΕΦΓ (Εὐκλ. VI, 1), ἐπειδὴ εἶναι ΖΕ = 2ΦΕ. Εἶναι ὁμως τὸ τρίγωνον ΕΓΖ = $\frac{1}{4}$ τοῦ τετραγώνου, ἥτοι τὸ τρίγωνον ΕΦΓ = $\frac{1}{8}$ τοῦ ἰδίου. Τοῦτο ὁμως εἶναι τὸ τριπλάσιον ἑκα-

$EFG = \frac{1}{8}$ desselben. Dieses ist aber das Dreifache jedes der beiden $\triangle EFQ$ und GCQ ; also ist jedes dieser beiden Dreiecke $= \frac{1}{24}$ des Quadrates AG . Und das $\triangle EGQ$ ist das
H 423 Doppelte jedes der beiden $\triangle EFQ$ und GCQ ; also ist es =
5 $\frac{1}{12}$ des Quadrates. Weil ferner $ZF = EF$ ist, so ist $\triangle ZFG = \triangle EFG$ [Eucl. VI, 1]; wenn wir nun $\triangle GCQ = \triangle EFQ$ wegnehmen, so bleibt Viereck $FQCZ = \triangle EGQ$; also ist auch Viereck $FQCZ = \frac{1}{12}$ des Quadrates AG .

Wir haben nun das Rechteck ZG in 7 Teile geteilt und
10 gehen nun zur Teilung des andern Rechtecks über.

Weil BZ und EC zwei parallele Diagonalen sind [Eucl. VI, 2], und $ZF = EF$ ist, so ist $\triangle ZLF = \triangle EFQ$ [Eucl. VI, 19], mithin $\triangle ZLF = \frac{1}{24}$ des Quadrates AG . Weil $BH = HE$ ist, so ist $\triangle BEZ$ das Vierfache des $\triangle BHT$; denn
15 jedes derselben ist rechtwinklig.¹⁾ Da aber $\triangle BEZ = \frac{1}{4}$ des Quadrates $ABGD$ ist, so ist $\triangle BHT = \frac{1}{16}$ desselben. Nach unserer Voraussetzung geht ferner die Linie HK durch den Punkt A ; also hat man die Proportion [Eucl. VI, 4]

$$AB : HT = BK : KT.$$

20 Es ist aber $AB = 2HT$,²⁾ also auch $BK = 2KT$, mithin $BT = 3KT$; also ist $\triangle BHT$ das Dreifache des $\triangle KHT$ [Eucl. VI, 1]. Weil aber $\triangle BHT = \frac{1}{16}$ des ganzen Quadrates ist, so ist $\triangle KHT = \frac{1}{48}$ desselben. Ferner ist $\triangle BKH$ das Doppelte des $\triangle KHT$ [Eucl. VI, 1], also $= \frac{1}{24}$ des
25 Quadrates. Da weiter $BL = 2ZL$,³⁾ und $AL = 2LF$

1) Ideo $\triangle BEZ$, BHT aequianguli sunt et rationem habent, quam $BE^2 : BH^2$ (Eucl. VI, 19).

2) Quia BZ in T in duas partes aequales secta est.

3) Quia $\triangle ABL$, ZFL aequianguli et $AB = 2ZF$; tum u. Eucl. VI, 4.

τέρου τῶν δύο τριγώνων ΕΦΧ καὶ ΓΘΧ · εἶναι ἄρα ἐκάτερον τῶν δύο τούτων τριγώνων $= \frac{1}{24}$ τοῦ τετραγώνου ΑΓ . Καὶ τὸ τρίγωνον ΕΓΧ εἶναι τὸ διπλάσιον ἐκατέρου τῶν τριγώνων ΕΦΧ καὶ ΓΘΧ · εἶναι ἄρα τοῦτο $= \frac{1}{12}$ τοῦ τετραγώνου. Ἐπειδὴ ἀκόμη εἶναι $\text{ΖΦ} = \text{ΕΦ}$, εἶναι ἄρα τὸ τρίγωνον $\text{ΖΦΓ} =$ τρίγωνον ΕΦΓ (Εὐκλ. VI, 1). Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τώρα τὸ τρίγωνον $\text{ΓΘΧ} =$ τρίγωνον ΕΦΧ , μένει ὑπόλοιπον τὸ τετράπλευρον $\text{ΦΧΘΖ} =$ τρίγωνον ΕΓΧ . Εἶναι ἄρα τὸ τετράπλευρον $\text{ΦΧΘΖ} = \frac{1}{12}$ τετραγώνου ΑΓ .

Ἔχομεν ἤδη διαιρέσει τὸ ὀρθογώνιον ΖΓ εἰς ἑπτὰ μέρη καὶ προβαίνομεν εἰς τὴν διαίρεσιν τοῦ ἄλλου ὀρθογωνίου.

Ἐπειδὴ αἱ ΒΖ , ΕΘ εἶναι δύο παράλληλοι διαγώνιοι (Εὐκλ. VI, 2), καὶ εἶναι $\text{ΖΦ} = \text{ΕΦ}$, εἶναι ἄρα τρίγωνον $\text{ΖΛΦ} =$ τρίγ. ΕΦΧ (Εὐκλ. VI, 19), καὶ ἐπομένως τρίγωνον $\text{ΖΛΦ} = \frac{1}{24}$ τοῦ τετραγώνου ΑΓ . Ἐπειδὴ εἶναι $\text{ΒΗ} = \text{ΗΕ}$, εἶναι ἄρα τρίγωνον $\text{ΒΕΖ} = 4$ τρίγωνα ΒΗΤ · διότι ἕκαστον αὐτῶν εἶναι ὀρθογώνιον. Ἐπειδὴ δὲ τρίγωνον $\text{ΒΕΖ} = \frac{1}{4}$ τοῦ τετραγώνου ΑΒΓΔ , ἔπεται τρίγωνον $\text{ΒΗΤ} = \frac{1}{16}$ τοῦ ἰδίου. Κατὰ τὴν ὑπόθεσιν ἡμῶν ἡ εὐθεῖα γραμμὴ ΗΚ διέρχεται διὰ τοῦ σημείου Α · θὰ εἶναι ἄρα (Εὐκλ. VI, 4)

$$\text{ΑΒ} : \text{ΗΤ} = \text{ΒΚ} : \text{ΚΤ}.$$

Εἶναι ὅμως $\text{ΑΒ} = 2\text{ΗΤ}$, καὶ ἐπίσης $\text{ΒΚ} = 2\text{ΚΤ}$, καὶ συνεπῶς $\text{ΒΤ} = 3\text{ΚΤ}$ · εἶναι ἄρα τρίγωνον $\text{ΒΗΤ} = 3$ τρίγωνα ΚΗΤ (Εὐκλ. VI, 1). Ἐπειδὴ ὅμως εἶναι τρίγωνον $\text{ΒΗΤ} = \frac{1}{16}$ τοῦ ὅλου τετραγώνου εἶναι ἄρα τρίγωνον $\text{ΚΗΤ} = \frac{1}{48}$ τοῦ ἰδίου. Εἶναι δὲ τρίγωνον $\text{ΒΚΗ} = 2$ τρίγωνα ΚΗΤ (Εὐκλ. VI, 1), ἥτοι $= \frac{1}{24}$ τοῦ τετραγώνου. Ἐπειδὴ $\text{ΒΛ} = 2\text{ΖΛ}$ καὶ $\text{ΑΛ} = 2\text{ΛΦ}$, εἶναι ἄρα

ist,¹⁾ so ist $\triangle ABL$ das Doppelte des $\triangle ALZ$ und $\triangle ALZ$ das Doppelte des $\triangle ZLF$ [Eucl. VI, 1]. Weil aber $\triangle ZLF = \frac{1}{24}$ des ganzen Quadrates ist, so ist $\triangle ALZ = \frac{1}{12}$ desselben, also $\triangle ABL = \frac{1}{6}$. Es ist aber $\triangle ABM = \triangle BML$ [Eucl. 5 VI, 1], also jedes dieser beiden Dreiecke $= \frac{1}{12}$ des Quadrates. Es bleibt noch übrig das Fünfeck $LFEHT =$ der Hälfte
H 424 eines Sechstels mehr der Hälfte eines Achtels des ganzen Quadrates.²⁾

Wir haben also auch das Quadrat AE in 7 Teile geteilt;
10 mithin ist die ganze Figur $ABGD$ in 14 Teile geteilt, welche zu ihr in Verhältniss stehen; und das ist, was wir wollten.

1) U. not. 3.

2) Pentagonum illud =

$$= \frac{1}{2} AG \div \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{24} \right) AG =$$

$$AG \left(\frac{1}{2} \div \frac{17}{48} \right) = \frac{7}{48} AG = \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8} \right) \right) AG.$$

τρίγωνον $ΑΒΛ = 2$ τρίγωνα $ΑΛΖ$, καὶ τρίγωνον $ΑΛΖ = 2$ τρίγωνα $ΖΛΦ$ (Εὐκλ. VI, 1). Ἐπειδὴ δὲ εἶναι τρίγωνον $ΖΛΦ = \frac{1}{24}$ τοῦ ὅλου τετραγώνου, εἶναι ἄρα τρίγωνον $ΑΛΖ = \frac{1}{12}$ τοῦ ἰδίου, ἥτοι τρίγωνον $ΑΒΛ = \frac{1}{6}$. Εἶναι ὁμῶς τρίγωνον $ΑΒΜ =$ τρίγωνον $ΒΜΛ$ (Εὐκλ. VI, 1), ἥτοι εἶναι ἑκάτερον τῶν δύο τούτων τριγώνων $= \frac{1}{12}$ τοῦ τετραγώνου. Μένει ἀκόμῃ ὑπόλοιπον τὸ πεντάγωνον $ΛΦΕΗΤ$ τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἥμισυ ἐνάστου ἑκτου σὺν τὸ ἥμισυ ἐνὸς ὀγδόου τοῦ ὅλου τετραγώνου.

Ἐχομεν ἄρα ἐπίσης διαιρέσει τὸ τετράγωνον $ΑΕ$ εἰς ἑπτὰ μέρη· εἶναι ἄρα τὸ ὅλον σχῆμα $ΑΒΓΔ$ εἰς 14 μέρη διηρημένον, τὰ ὁποῖα εὐρίσκονται πρὸς αὐτὸ εἰς λόγον· καὶ τοῦτο εἶναι ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον ἠθέλαμεν.