

HERMANN WEYL

ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ



τροχαλία

Ο H. Weyl γεννήθηκε στη Γερμανία το 1886. Σπούδασε στο Μόναχο και το Göttingen, όπου και πήρε το διδακτορικό του. Δίδαξε από το 1913 έως το 1930 μαθηματικά στο Technische Hochschule της Ζυρίχης (το 1928-29 υπηρέτησε ως μαθηματικός της μαθηματικής φυσικής στο Princeton). Από το 1930 έως το 1933 διδάσκει στο Göttingen. Μετά την επικράτηση του χιτλερισμού υποχρεώνεται να εγκαταλείψει τη Γερμανία, εκλέγεται δε στο περίφημο Institute for Advanced Study του Princeton το οποίο εκόσμησαν την ίδια εποχή μεταξύ των άλλων ο Albert Einstein, ο Kurt Gödel και ο John von Newman. Ο Hermann Weyl υπήρξε, κατά τον διάσημο συνάδελφο του Freeman Dyson, "ο μόνος που θα μπορούσε να συγκριθεί με τους μεγάλους οικουμενικούς μαθηματικούς του 19ου αιώνα, τον Hilbert και τον Poincaré, γι' αυτό όσο ζούσε διατήρησε μια ζωντανή επαφή μεταξύ των καθαρών μαθηματικών και της φυσικής". Ο ίδιος ο H. W. έλεγε: "Με την εργασία μου προσπαθώ να ενοποιήσω την αλήθεια με το ωραίο. Όταν όμως πρέπει να διαλέξω ή το ένα ή το άλλο, συνήθως επιλέγω το ωραίο".

Herman Weyl

Συμμετρία

Τροχαλία

Τίτλος πρωτοτύπου: Symmetry

Πρώτη έκδοση: 1952

© Princeton University Press

© Για την ελληνική γλώσσα: Τροχαλία Γρ. Τρουφάκος
& Σία Ε.Ε.

Πρώτη έκδοση: Οκτώβριος 1991

ISBN: 960-7022-22-X

Μετάφραση: Θεοδόσης Ηλιάδης

Επιστημονική επιμέλεια: Μιχάλης Λάμπρου, καθ. μαθηματικών
Πανεπιστημίου Κρήτης

Γλωσσική επιμέλεια: Πόπη Βουτσινά

Φωτογράφιση διαφανειών: Γιάννης Ηλιάκης

Εξώφυλλο: Χρίστος Πικριδάς

Παραγωγή - Εκτύπωση: ΛΥΧΝΟΣ ΕΠΕ, Πλ. Θεάτρου 24, Αθήνα
τηλ. 3214766

Στοιχειοθεσία: Ελένη Κολιοπούλου - Φίλη

Σελιδοποίηση, φιλμ, μοντάζ: Νίκος Αγγελάτος

Βιβλιοδεσία: Σπύρος Σγαρδέλης

Ο μαθηματικός Χέρμαν Βάιλ (Hermann Weyl) γεννήθηκε στις 9-11-1885 στο Έλμσχορν της Γερμανίας και πέθανε το 1955 στη Ζυρίχη. Συνέβαλε στην ανάπτυξη εκείνης της περιοχής των μαθηματικών που αποτελεί συνδετικό κρίκο ανάμεσα στα καθαρά μαθηματικά και τη θεωρητική φυσική, συγκεκριμένα στην πρόοδο της κβαντομηχανικής και της θεωρίας της σχετικότητας. Σπούδασε στο Πανεπιστήμιο του Γκαίτιγκεν. Το 1913 έγινε καθηγητής των μαθηματικών στο Πολυτεχνείο της Ζυρίχης, όπου υπήρξε συνάδελφος του Αϊνστάιν. Με το έργο του *Die idee der Riemannschen Fläche* [Η έννοια μιας επιφάνειας Ρίμαν] εισήγαγε έναν καινούργιο κλάδο των μαθηματικών, συνδυάζοντας τη θεωρία των συναρτήσεων και τη γεωμετρία. Με σειρά διαλέξεων που είχαν αντικείμενο τη θεωρία της σχετικότητας αποκαλύπτει το έντονο ενδιαφέρον του για τη φιλοσοφία. Από το 1923 μέχρι το 1938 ανέπτυξε μια γενική θεωρία των συνεχών ομάδων, χρησιμοποιώντας το συμβολισμό των πινάκων. Το 1930 ο Βάιλ έγινε καθηγητής στο Πανεπιστήμιο του Γκαίτιγκεν. Η απόλυσή του από τους Ναζί τον ανάγκασε να εγκαταλείψει τη Γερμανία το 1933 και να δεχτεί μια θέση στο Ινστιτούτο Προχωρημένων Σπουδών του Πρίνστον [Institute for Advanced Study], στο Νιου Τζέρσυ των ΗΠΑ.



Περιεχόμενα

Εισαγωγή και βιβλιογραφικές σημειώσεις	11
Αμφίπλευρη συμμετρία	15
Μεταφορική, περιστροφική και σχετικές συμμετρίες	59
Διακοσμητική συμμετρία	107
Κρύσταλλοι: Η γενική μαθηματική ιδέα της συμμετρίας	145
Παραρτήματα	
A. Προσδιορισμός όλων των πεπερασμένων ομάδων των γνήσιων περιστροφών στο χώρο	179
B. Συνυπολογισμός των μή γνήσιων περιστροφών	187

Εισαγωγή και βιβλιογραφικές σημειώσεις

ΞΕΚΙΝΩΝΤΑΣ από την κάπως αόριστη αντίληψη ότι η συμμετρία = αρμονία των αναλογιών, αυτές οι τέσσερις διαλέξεις αναπτύσσουν βαθμιαία πρώτα τη γεωμετρική έννοια της συμμετρίας στις διάφορες μορφές της, όπως η αμφίπλευρη, η μεταφορική, η περιστροφική, η διακοσμητική, η κρυσταλλογραφική συμμετρία κτλ., και, τελικά, φτάνουν στη γενική ιδέα που αποτελεί τη βάση όλων αυτών των ειδικών μορφών, δηλαδή στην ιδέα του αμετάβλητου ενός σχηματισμού σχοιχείων, ως προς μια ομάδα αυτομορφικών μετασχηματισμών. Αποβλέπω σε δύο πράγματα: να εκθέσω τη μεγάλη ποικιλία των εφαρμογών της αρχής της συμμετρίας στην τέχνη, στην ανόργανη και οργάνική φύση, και να ξεκαθαρίσω βήμα προς βήμα τη φιλοσοφική και μαθηματική σημασία της ιδέας της συμμετρίας. Ο δεύτερος σκοπός καθιστά αναγκαίο να συγκρίνουμε τις αντιλήψεις και τις θεωρίες της

συμμετρίας και της σχετικότητας, ενώ πολυάριθμες εικόνες που συνοδεύουν το κείμενο βοηθούν να πραγματοποιηθεί ο πρώτος σκοπός.

Ως αναγνώστες αυτού του βιβλίου είχα στο μυαλό μου μάλλον έναν ευρύτερο κύκλο παρά τους διαβασμένους ειδικούς. Το βιβλίο δεν αποφεύγει τα μαθηματικά (κάτι που θα αναιρούσε το στόχο του), αλλά η λεπτομερής ανάλυση των περισσότερων προβλημάτων που πραγματεύεται, ιδιαίτερα η πλήρης μαθηματική θεώρηση, είναι πολύ μακριά από τις βλέψεις του. Στις διαλέξεις, που αναπαράγουν με μικρές παραλλαγές τις διαλέξεις Louis Clark Vanuxem που έδωσε ο συγγραφέας στο Πανεπιστήμιο του Πρίνστον το Φεβρουάριο του 1951, έχουν προστεθεί δύο παραρτήματα με μαθηματικές αποδείξεις.

Άλλα βιβλία στον ίδιο χώρο, όπως, για παράδειγμα, το κλασικό *Lectures on the principle of symmetry and its applications in natural science* [Διαλέξεις πάνω στην αρχή της συμμετρίας και τις εφαρμογές της στις φυσικές επιστήμες, Amsterdam and London, 1917] του F.M. Jaeger, ή το πολύ μικρότερο και πιο πρόσφατο βιβλίο του Jacque Nicolle, *La symétrie et ses applications* [Η συμμετρία και οι εφαρμογές της, Paris, Albin Michel, 1950], καλύπτουν μόνο μέρος της ύλης αλλά λεπτομερέστερα. Με τη συμμετρία αλλά ως δευτερεύον θέμα ασχολείται ο D' Arcy Thompson στο μεγαλειώδες έργο του *On growth and form* [Για την ανάπτυξη και τη μορφή, νέα έκδοση, Cambridge, Engl. and New York, 1948]. Το *Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung* [Θεωρία Ομάδων από την απόλυτη τάξη] του Andrea Speiser (3. Aufl. Berlin, 1937) και άλλες εκδόσεις του ίδιου συγγραφέα είναι σπουδαία για τη σύνοψη των αισθητικών και μαθηματικών θεωρήσεων του αντικειμένου. Το *Dynamic symmetry* [Δυναμική συμμετρία] του Jay Hambidge (Yale University Press, 1920) έχει πολύ μικρή σχέση με το παρόν βιβλίο. Το πιο συγγενικό του είναι ίσως το τεύχος του Ιουλίου του 1949

της γερμανικής περιοδικής έκδοσης *Studium Generale* (Vol. 2, σελ. 203-278), πάνω στη συμμετρία.

Στο τέλος του βιβλίου βρίσκεται πλήρης κατάλογος των πηγών της εικονογράφησης.

Στις Εκδόσεις του Πανεπιστημίου του Πρίνστον και στους εκδότες επιθυμώ να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες για τις φροντίδες που αφειδώς κατέβαλαν γι' αυτόν τον μικρό τόμο, και όχι λιγότερο ειλικρινείς ευχαριστίες στις Αρχές του Πανεπιστημίου για την ευκαιρία που μου έδωσαν να τυπώσω αυτό το κύκνειο άσμα την παραμονή της αποχώρησής μου από το Institute for Advanced Study.

Ζυρίχη
Δεκέμβριος 1951.

HERMANN WEYL



Αμφίπλευρη Συμμετρία



Αμφίπλευρη Συμμετρία

ΑΝ ΔΕΝ ΚΑΝΩ ΛΑΘΟΣ, η λέξη συμμετρία χρησιμοποιείται στο καθημερινό μας λεξιλόγιο με δύο σημασίες. Με τη μία απ' αυτές, συμμετρικό σημαίνει κάτι που έχει καλές αναλογίες, που είναι καλά ισορροπημένο, και η συμμετρία υποδηλώνει αυτή την ιδιαίτερη συμφωνία πολλών μερών με την οποία συγκροτούν ένα σύνολο. Η ομορφιά είναι συνδεδεμένη με τη συμμετρία. Έτσι, ο Πολύκλειτος, που έγραψε ένα βιβλίο περί αναλογιών και τον οποίο οι αρχαίοι επαίνεσαν για την αρμονική τελειότητα των γλυπτών του, χρησιμοποιεί τη λέξη και ο Ντύρερ τον ακολουθεί δίνοντας έναν κανόνα των αναλογιών για το ανθρώπινο σώμα¹. Υπ' αυτή την έν-

1. Dürer, *Vier Bücher von menschlicher Proportion*, 1528 [Τα τέσσερα βιβλία των ανθρώπινων αναλογιών]. Για να είμαστε ακριβείς, ο ίδιος ο Ντύρερ δεν χρησιμοποιεί τη λέξη συμμετρία, αλλά η «έγκριτη» λατινική

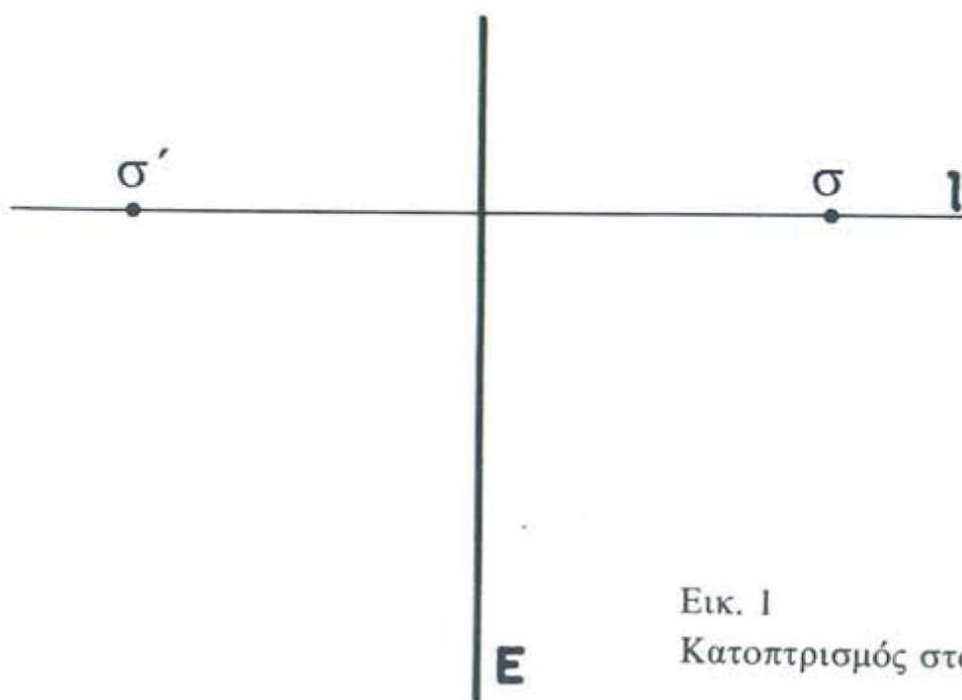
νοια, η λέξη με κανέναν τρόπο δεν περιορίζεται μόνο σε αντικείμενα στο χώρο· το συνώνυμο «αρμονία» τονίζει περισσότερο τις ηχητικές και μουσικές παρά τις γεωμετρικές της εφαρμογές. Η λέξη *Ebenmass* είναι το γερμανικό αντίστοιχο του ελληνικού συμμετρία· υποδηλώνει επίσης «το μέσον μέτρον», το σκοπό για τον οποίο θα έπρεπε να αγωνίζεται ο ενάρετος με τις πράξεις του, σύμφωνα με τα *Ηθικά Νικομάχεια* του Αριστοτέλη, και τον οποίο ο Γαληνός στο *Περί κράσεων* περιγράφει ως την κατάσταση του νου που απέχει εξίσου και από τα δύο άκρα: *σύμμετρον ὅπερ ἑκατέρου τῶν ἁκρῶν ἀπέχει*. *

Την εικόνα της ισορροπίας μάς τη δίνει ένας φυσικός δεσμός με τη δεύτερη σημασία με την οποία χρησιμοποιείται σήμερα ο όρος συμμετρία: *αμφίπλευρη συμμετρία*, η συμμετρία του αριστερού και του δεξιού, που είναι αρκετά εμφανής στη δομή των ανώτερων ζώων, ειδικά του ανθρώπινου σώματος. Αυτή η αμφίπλευρη συμμετρία είναι αυστηρά γεωμετρική και, αντίθετα από την αόριστη αντίληψη για τη

μετάφραση από το φίλο του ουμανιστή και θεολόγο Joachim Camerarius (1532) φέρει τον τίτλο *De Symmetria partium* [Για τη συμμετρία των μερών]. Στον Πολύκλειτο (*Περί βελοποιϊκῶν*, IV, 2) αποδίδεται η πρόταση ότι «η χρήση πάρα πολλῶν αριθμῶν σχεδόν πάντα θα προκαλούσε ακρίβεια στη γλυπτική». Βλέπε επίσης Herbert Senk, «Au sujet de l' expression *συμμετρία* dans Diodore» [Για το θέμα της έκφρασης *συμμετρία* στον Διόδωρο], I, 98, 5-9, στα *Chronique d' Egypte* 26 (1951), σελ. 63-66. Ο Ρωμαίος αρχιτέκτονας, μηχανικός και συγγραφέας της πραγματείας *De Architectura* Βιτρούβιος ορίζει: «Η συμμετρία απορρέει από την αναλογία... Αναλογία είναι ο λόγος των ποικίλων συστατικών μερών προς το σύνολο». Για μια πιο λεπτομερή σύγχρονη προσπάθεια προς την ίδια κατεύθυνση, βλέπε George David Birkhoff, *Aesthetic measure* [Αισθητικό μέτρο], Cambridge, Mass. Harvard University Press 1933, και τις διαλέξεις από τον ίδιο συγγραφέα με τίτλο «Μια μαθηματική θεωρία της αισθητικής και οι εφαρμογές της στην ποίηση και τη μουσική», *Rice Institute Pamphlet*, Vol. 19 (Ιούλιος 1932), σελ. 189-342.

* Ελληνικά στο πρωτότυπο (Στμ).

συμμετρία για την οποία μίλησα πρωτύτερα, μια απόλυτα ακριβής έννοια. Ένα σώμα, ένα σχήμα στο χώρο, είναι συμμετρικό ως προς ένα δεδομένο επίπεδο E αν μεταφέρεται στον εαυτό του με κατοπτρισμό ως προς το E . Πάρτε μια οποιαδήποτε ευθεία l κάθετη στο E και ένα οποιοδήποτε σημείο σ πάνω στην ευθεία (Εικόνα 1): υπάρχει ένα και μόνο ένα σημείο σ' πάνω στην l που απέχει εξίσου από το E , αλλά κείται από την άλλη πλευρά. Το σημείο σ' συμπίπτει με το σ μόνο αν το σ βρίσκεται πάνω στο E . Κατοπτρισμός ως προς το E είναι εκείνη η απεικόνιση του χώρου στον εαυτό του, $S: \sigma \rightarrow \sigma'$, που μεταφέρει το αυθαίρετο σημείο σ στο κατοπτρικό του είδωλο σ' ως προς το E . Μια απεικόνιση ορίζεται κάθε φορά που ισχύει ένας κανόνας κατά τον οποίο κάθε σημείο σ συσχετίζεται με κάποια εικόνα σ' . Άλλο ένα παράδειγμα: μια περιστροφή γύρω από έναν κάθετο άξονα, έστω κατά 30° , μεταφέρει κάθε σημείο σ του χώρου σε ένα σημείο σ' και έτσι ορίζει μια απεικόνιση. Ένα σώμα έχει περιστροφική συμμετρία ως προς έναν άξονα l αν μεταφέρεται στον εαυτό του ως προς όλες τις περι-



Εικ. 1
Κατοπτρισμός στο E

στροφές περί τον Ι. Η αμφίπλευρη συμμετρία παρουσιάζεται έτσι σαν μια πρώτη περίπτωση της γεωμετρικής έννοιας της συμμετρίας που αναφέρεται σε διεργασίες όπως οι κατοπτρισμοί και οι περιστροφές. Εξαιτίας της πλήρους γεωμετρικής συμμετρίας τους, ο κύκλος στο επίπεδο και η σφαίρα στο χώρο θεωρήθηκαν από τους πυθαγορείους τα πιο τέλεια γεωμετρικά σχήματα και ο Αριστοτέλης απέδωσε σφαιρικό σχήμα στα ουράνια σώματα διότι οποιοδήποτε άλλο θα μείωνε την ουράνια τελειότητά τους. Μέσα σ' αυτή την παράδοση μια σύγχρονη ποιήτρια² προσφωνεί το θείο Ον με τα λόγια :

«Συ μεγάλη συμμετρία» :

Θεέ, Συ μεγάλη συμμετρία,
Που έβαλες τον δηκτικό πόθο μέσα μου
Απ' όπου οι λύπες μου πηγάζουν
Για όλες τις κατασπαταλημένες μέρες
Που έχω ξοδέψει με όμορφους τρόπους.
Δώσε μου ένα τέλειο πράγμα.

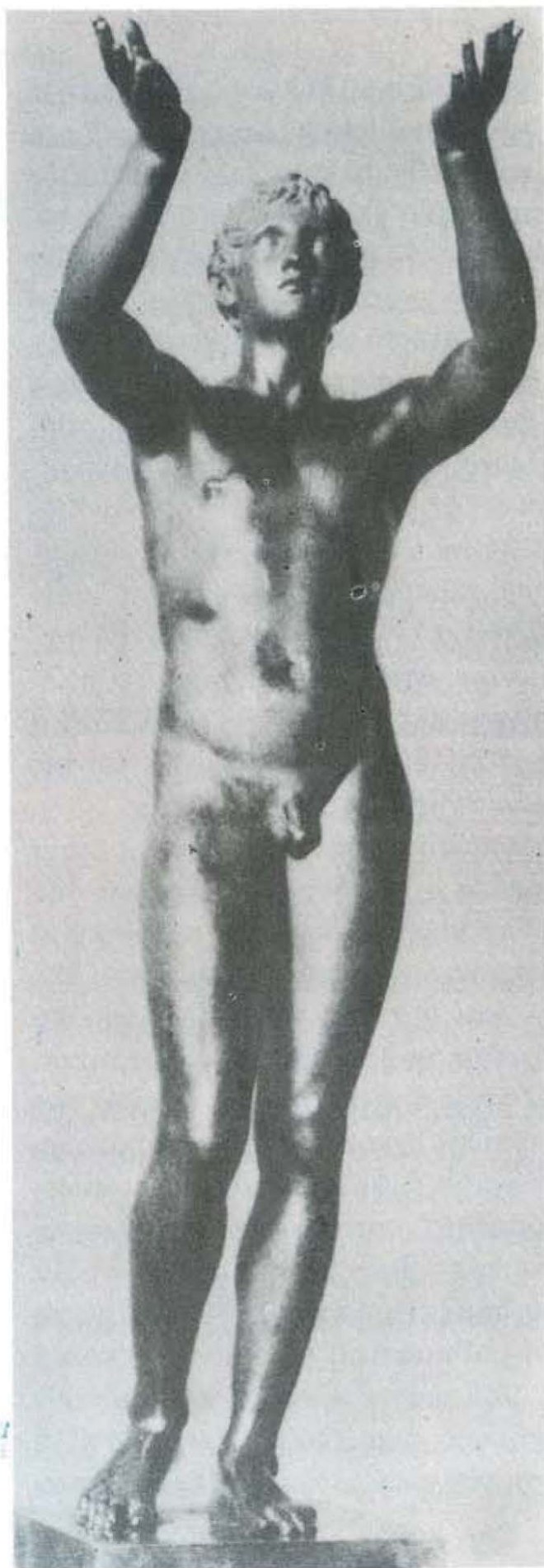
Η συμμετρία, όσο πλατιά ή όσο στενά κι αν ορίσετε τη σημασία της, είναι μια αντίληψη με την οποία ο άνθρωπος διαμέσου των αιώνων έχει προσπαθήσει να κατανοήσει και να δημιουργήσει τάξη, ομορφιά και τελειότητα.

Η σειρά αυτών των διαλέξεων θα είναι η εξής. Πρώτα θα μιλήσω για την αμφίπλευρη συμμετρία με λεπτομέρειες και για το ρόλο της στην τέχνη, καθώς και στην οργανική και ανόργανη φύση. Έπειτα θα γενικεύσουμε αυτή την έννοια βαθμιαία, προς την κατεύθυνση που μας υπέδειξε το παράδειγμα της περιστροφικής συμμετρίας, πρώτα μένοντας μέσα στα όρια της γεωμετρίας, αλλά εν συνεχεία πηγαίνο-

2. Anna Wichkam, «Envoi», από το *The contemplative quarry*, Harcourt, Brace and Co, 1921.

ντας πέρα από αυτά, μέσω της διαδικασίας της μαθηματικής αφαίρεσης, σε ένα δρόμο που τελικά θα μας οδηγήσει σε μια μαθηματική ιδέα μεγάλης γενικότητας, την πλατωνική ιδέα που υπήρξε πίσω από όλες τις ειδικές εμφανίσεις και εφαρμογές της συμμετρίας. Μέχρις ενός βαθμού αυτό το σχήμα είναι τυπικό για κάθε θεωρητική γνώση: ξεκινάμε με κάποια γενική αλλά αόριστη αρχή (συμμετρία με την πρώτη έννοια), έπειτα βρίσκουμε μια σημαντική περίπτωση όπου μπορούμε να δώσουμε σ' αυτή την έννοια μια συγκεκριμένη ακριβή σημασία (αμφίπλευρη συμμετρία), και από αυτή την περίπτωση βαθμιαία ξαναπηγαίνουμε στη γενικότητα, οδηγούμενοι περισσότερο από τη μαθηματική δομή και την αφαίρεση παρά από φιλοσοφικές αυταπάτες· και, αν είμαστε τυχεροί, καταλήγουμε σε μια ιδέα όχι λιγότερο οικουμενική απ' αυτή από την οποία ξεκινήσαμε. Μπορεί να έχει χάσει πολλά από τη συναισθηματική της έλξη, αλλά έχει την ίδια ή ακόμη μεγαλύτερη ενοποιητική δύναμη στο βασίλειο της σκέψης και είναι ακριβής αντί για αόριστη.

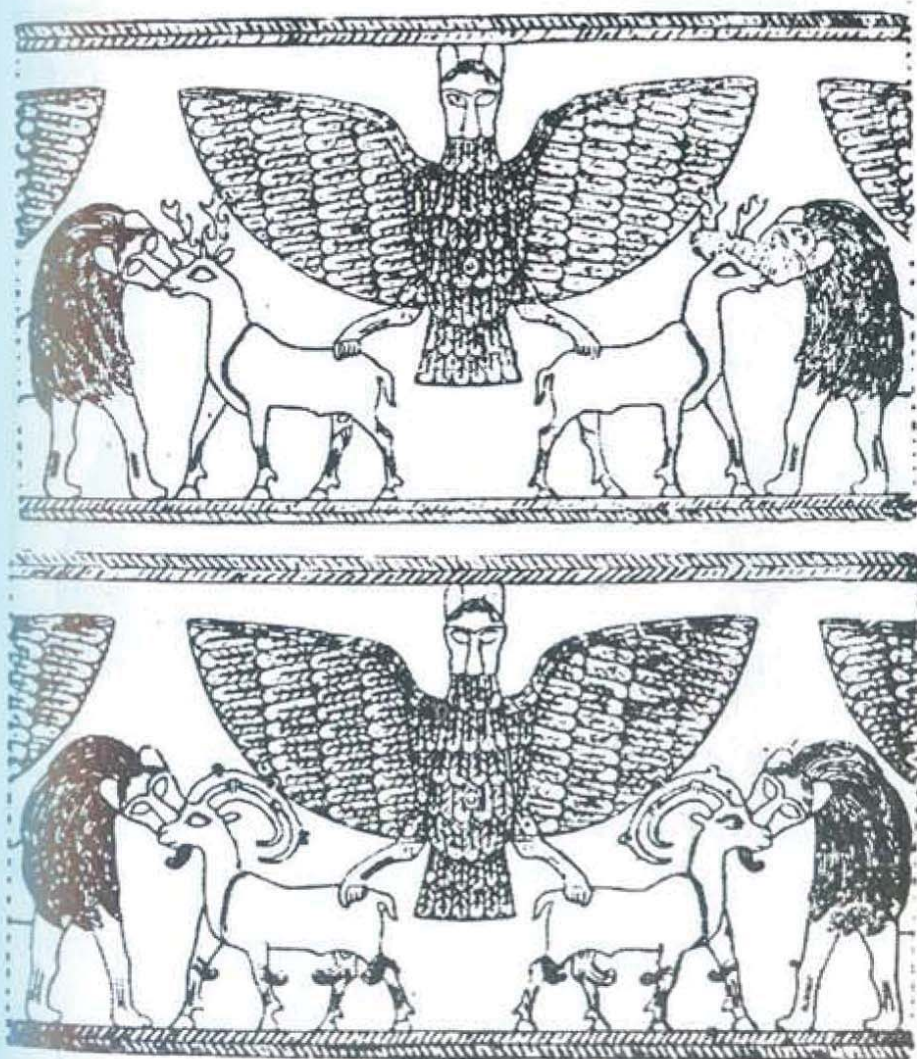
Ανοίγω τη συζήτηση για την αμφίπλευρη συμμετρία χρησιμοποιώντας αυτό το υπέροχο ελληνικό γλυπτό του 4ου π.Χ. αιώνα, το άγαλμα ενός προσευχόμενου παιδιού (Εικόνα 2), σαν σύμβολο της μεγάλης σημασίας αυτού του τύπου της συμμετρίας και για τη ζωή και για την τέχνη. Μπορεί να ρωτήσετε αν η αισθητική αξία της συμμετρίας εξαρτάται από τη ζωτική της αξία: Μήπως ο καλλιτέχνης ανακάλυψε τη συμμετρία με την οποία η φύση έχει προικίσει τα δημιουργήματά της σύμφωνα με κάποιον έμφυτο νόμο και εν συνεχεία αντέγραψε και τελειοποίησε αυτό που παρουσίασε η φύση αλλά με ατελείς πραγματοποιήσεις; ή η αισθητική αξία της συμμετρίας έχει μια ανεξάρτητη πηγή; Συγκλίνω με τη σκέψη του Πλάτωνα, ότι η μαθηματική ιδέα είναι η κοινή καταγωγή και των δύο: οι μαθηματικοί νόμοι που διέπουν τη φύση είναι η καταγωγή της συμμετρίας στη φύση, η διαισθητική πραγματοποίηση της ιδέας στο δημιουργικό μυα-



Εικ. 2

λό του καλλιτέχνη η καταγωγή της στην τέχνη· παρ' όλα αυτά, είμαι έτοιμος να παραδεχτώ ότι στις τέχνες το γεγονός της αμφίπλευρης συμμετρίας του ανθρώπινου σώματος στην εξωτερική του εμφάνιση έχει λειτουργήσει ως ένα πρόσθετο κίνητρο.

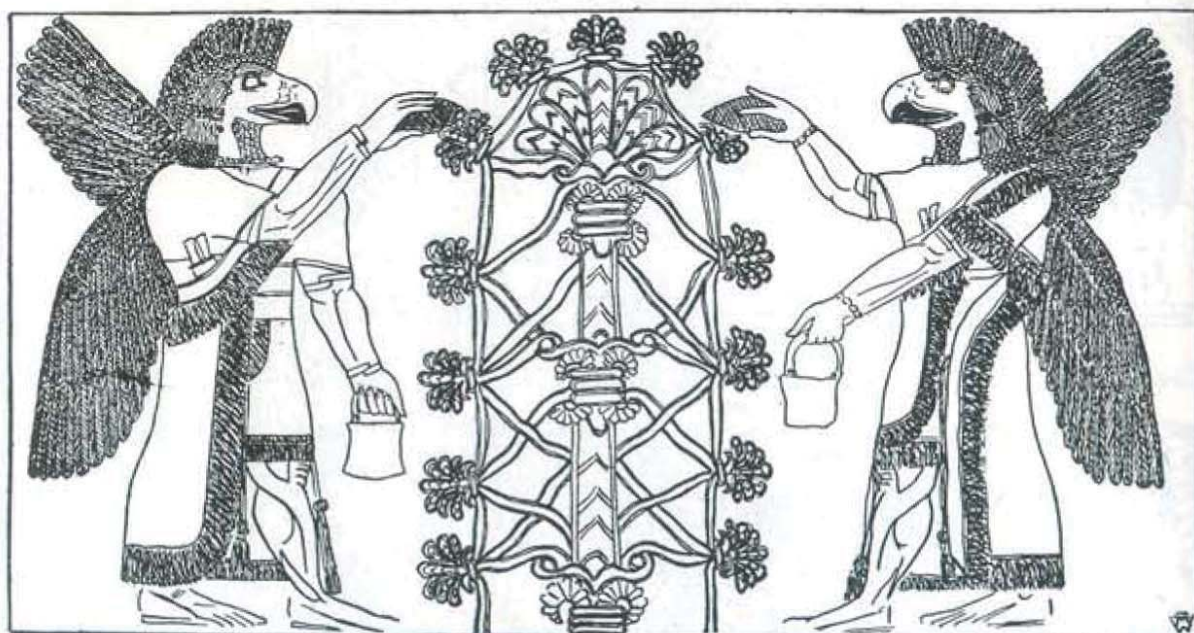
Από όλους τους αρχαίους λαούς οι Σουμέριοι φαίνεται πως αγαπούσαν ιδιαίτερα την αυστηρή αμφίπλευρη ή εραλδική συμμετρία. Ένα χαρακτηριστικό σχέδιο πάνω στο φημισμένο ασημένιο αγγείο του Βασιλιά Εντεμενά (ή Εαννατούμ), που βασίλευσε στην πόλη Λαγκάς περίπου το 2700 π.Χ., δείχνει έναν αετό με κεφάλι λιονταριού, με απλωμένα μετωπικά τα φτερά του, που με το κάθε του πόδι αρπάζει ένα αρσενικό ελάφι σχεδιασμένο πλάγια, το οποίο με τη σειρά του δέχεται μετωπική επίθεση από ένα λιοντάρι (τα ελάφια του πάνω σχεδίου έχουν αντικατασταθεί από κριάρια στο κάτω· Εικόνα 3). Επέκταση της ακριβούς συμμετρίας του



Εικ. 3

αετού στα άλλα ζώα προφανώς επιβάλλει το διπλασιασμό τους. Όχι πολύ αργότερα ο αετός παριστάνεται δικέφαλος, με τα κεφάλια να κοιτάζουν προς τις δύο αντίθετες κατευθύνσεις κι έτσι η τυπική αρχή της συμμετρίας καταβάλλει εντελώς τη μιμητική αρχή της αλήθειας στη φύση. Αυτό το εραλδικό σχήμα υιοθετείται αργότερα στην Περσία, τη Συρία, το Βυζάντιο και όποιος ζούσε πριν από τον Πρώτο Παγκόσμιο Πόλεμο θα θυμάται τον δικέφαλο αετό στους θυρεούς της τσαρικής Ρωσίας και της αυστρουγγρικής μοναρχίας.

Παρατηρήστε τώρα τη σουμερική Εικόνα 4. Οι δύο αετοκέφαλοι άνδρες είναι σχεδόν συμμετρικοί, αλλά όχι εντελώς· γιατί; Στην επίπεδη γεωμετρία κατοπτρισμός ως προς μια κάθετη ευθεία l μπορεί επίσης να παραχθεί διά περιστροφής του επιπέδου στο χώρο γύρω από τον άξονα l κατά 180° . Αν παρατηρήσετε τα χέρια τους, μπορείτε να πείτε ότι τα δύο αυτά τέρατα προκύπτουν το ένα από το άλλο με τέτοια περιστροφή· οι επικαλύψεις των απεικονίσεών τους στο χώρο εμποδίζουν την επίπεδη εικόνα να έχει αμφίπλευρη συμμε-



Εικ. 4

τρία. Παρ' όλα αυτά, ο καλλιτέχνης απέβλεπε και σ' αυτή τη συμμετρία όταν προσέδιδε σε καθεμιά από τις φιγούρες μισή πλάγια στροφή ως προς τον παρατηρητή και επίσης όταν διευθετούσε με τον συγκεκριμένο τρόπο τα πόδια και τις φτερούγες: χαμηλωμένη φτερούγα είναι η δεξιά στην αριστερή φιγούρα και η αριστερή στη δεξιά φιγούρα.

Τα σχέδια πάνω στις κυλινδρικές βαβυλωνιακές πέτρινες σφραγίδες διέπονται συχνά από εραλδική συμμετρία. Θυμάμαι, στη συλλογή του παλαιού μου συναδέλφου Ernst Herzfeld, δείγματα όπου, προς χάρη της συμμετρίας, όχι το κεφάλι αλλά το κάτω μέρος του ταυρόμορφου σώματος ενός θεού, που ήταν εικονισμένο σε προφίλ, ήταν διπλασιασμένο και είχε τέσσερα αντί για δύο οπίσθια πόδια. Στους χριστιανικούς χρόνους μπορούμε να παρατηρήσουμε κάτι ανάλογο σε κάποιες αναπαραστάσεις της Θείας Ευχαριστίας, όπως σ' αυτόν τον βυζαντινό δίσκο (Εικόνα 5), όπου δύο συμμε-



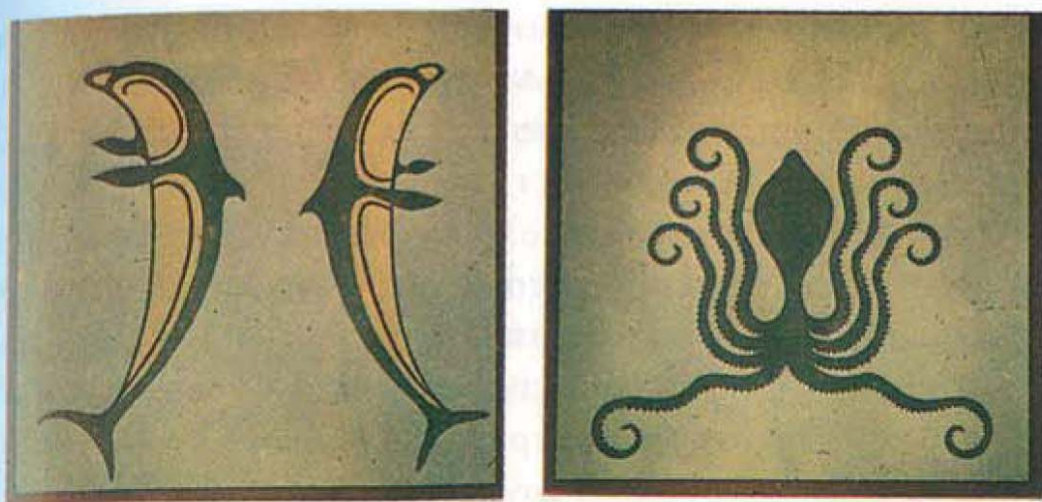
Εικ. 5

τρικοί Χριστοί κοιτάζουν κατά πρόσωπο τους μαθητές. Αλλά εδώ η συμμετρία δεν είναι πλήρης και έχει ξεκάθαρα κάτι περισσότερο από την εθιμοτυπική σημασία, γιατί ο Χριστός από τη μια πλευρά μοιράζει τον άρτο, ενώ από την άλλη προσφέρει τον οίνο.

Ανάμεσα στους Σουμερίους και το Βυζάντιο τοποθετώ την Περσία: αυτές οι σφίγγες από σμάλτο (Εικόνα 6) προέρχονται από το παλάτι του Δαρείου στα Σούσα και είναι κατασκευασμένες την εποχή της μάχης του Μαραθώνα. Διασχίζοντας το Αιγαίο, βρίσκουμε αυτά τα σχέδια δαπέδων (Εικόνα 7) στο Μέγαρο της Τίρυνθας, της υστεροελλαδικής (μυκηναϊκής) εποχής, περίπου του 1200 π.Χ. Όποιος πιστεύει έντονα στην ιστορική συνέχεια και εξάρτηση θα ανακαλύψει, στα κομψά σχέδια της θαλασσινής ζωής, δελφίνια και χταπόδια, του μινωικού πολιτισμού της Κρήτης, την εραλ-



Εικ. 6



Εικ. 7

δική συμμετρία ανατολικής, σουμερικής σε τελική ανάλυση, επιρροής. Μεταπηδώντας χιλιάδες χρόνια μπροστά, παρατηρούμε ακόμη τις ίδιες επιρροές τεχνικής σ' αυτή την πλάκα (Εικόνα 8) από τον περίγυρο της Αγίας Τράπεζας στον καθεδρικό ναό του Torcello στην Ιταλία, του 11ου αιώ-

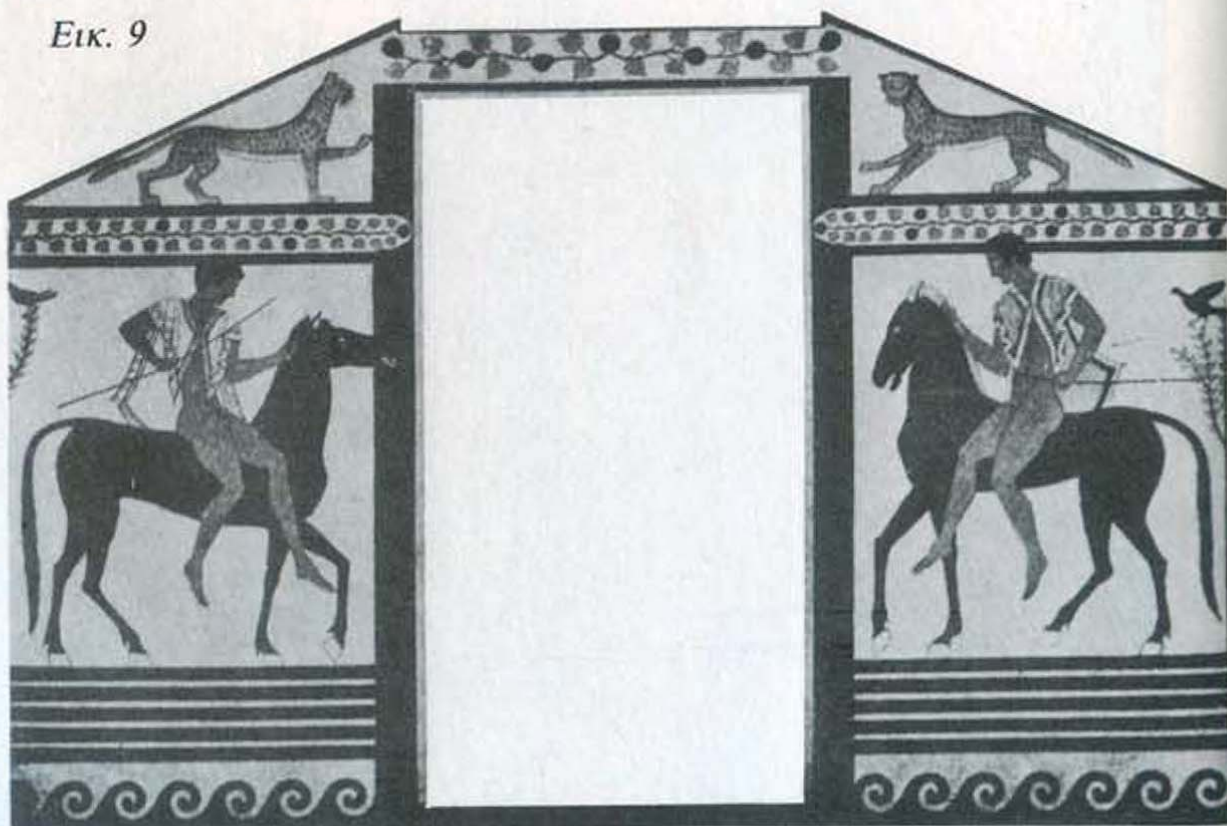
Εικ. 8



να μ.Χ. Τα παγώνια που πίνουν από ένα πηγάδι ανάμεσα σε κληματοφύλλα είναι ένα παλιό χριστιανικό σύμβολο της αθανασίας, ενώ από κατασκευαστική άποψη η εραλδική συμμετρία είναι ανατολική.

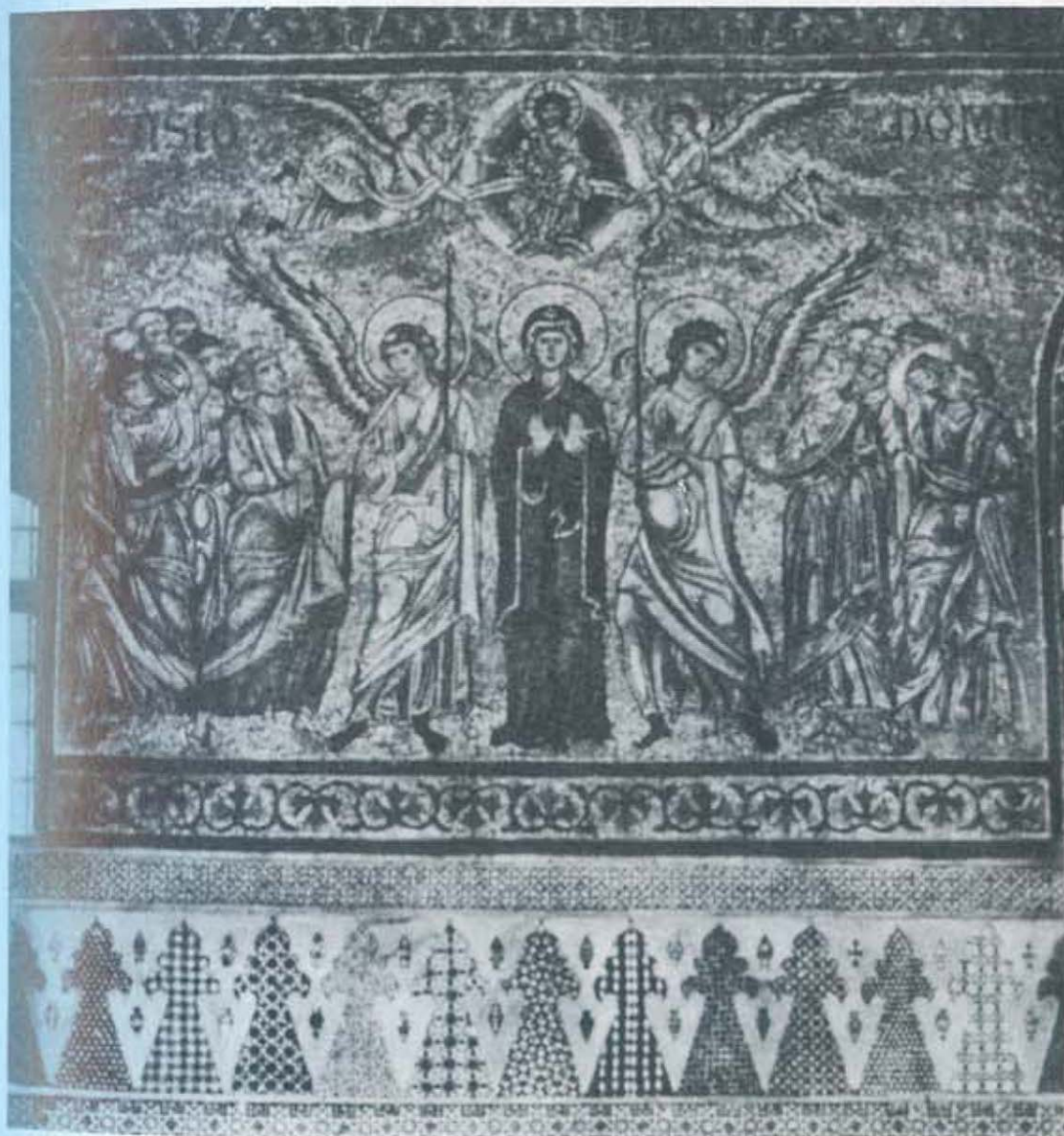
Σε αντίθεση με την Ανατολή, η δυτική τέχνη, όπως και η ίδια η ζωή, τείνει να μετριάσει, να χαλαρώσει, να τροποποιήσει, ακόμη και να «σπάσει» την αυστηρή συμμετρία. Αλλά σπάνια η ασυμμετρία είναι απλώς η απουσία συμμετρίας. Ακόμη και σε ασύμμετρες εικόνες νιώθουμε τη συμμετρία σαν τον κανόνα από τον οποίο αποκλίνουμε υπό την επίδραση δυνάμεων με άτυπο χαρακτήρα. Νομίζω ότι οι ιππείς στον φημισμένο ετρουσκικό τάφο του Triclinium στο Corneto (Εικόνα 9) μας δίνουν ένα καλό παράδειγμα. Έχω ήδη μνημονεύσει απεικονίσεις της Θείας Ευχαριστίας, με τον διπλασιασμένο Χριστό να μοιράζει τον άρτο και τον οίνο. Το κεντρικό μέρος, η Παναγία με δύο αγγέλους δεξιά

Εικ. 9



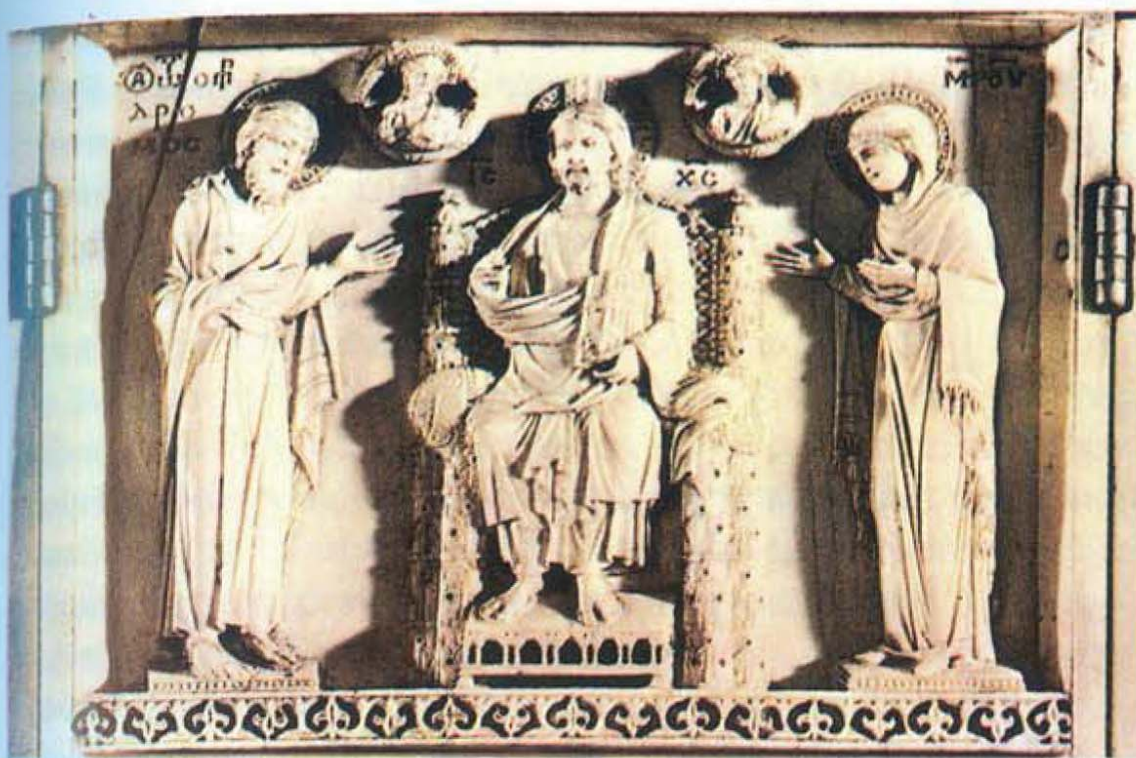
και αριστερά, σ' αυτό το ψηφιδωτό της Ανάληψης του Κυρίου (Εικόνα 10), στον καθεδρικό ναό του Monreale, στη Σικελία (12ος αιώνας), έχει σχεδόν τέλεια συμμετρία. (Οι διακοσμητικές ταινίες πάνω και κάτω από το ψηφιδωτό θα απαιτήσουν την προσοχή μας στη δεύτερη διάλεξη). Η αρχή της συμμετρίας παρατηρείται με μικρότερη αυστηρότητα σ' ένα παλαιότερο ψηφιδωτό του Αγίου Απολλιναρίου στη Ραβέννα της Ιταλίας (Εικόνα 11), που δείχνει τον Χριστό

Εικ. 10





Εικ. 11



Εικ. 12

περιβαλλόμενο από μια τιμητική φρουρά αγγέλων. Αίφνης, η Παναγία στο ψηφιδωτό του Monreale ανυψώνει συμμετρικά τα δύο της χέρια, σε μια χειρονομία δέησης, ενώ στην Εικόνα 11 είναι ανυψωμένα μόνο τα δεξιά χέρια. Ασυμμετρία εμφανίζεται περαιτέρω στην Εικόνα 12, ένα βυζαντινό ανάγλυφο από τον Άγιο Μάρκο της Βενετίας. Είναι μια δέηση και, βεβαίως, οι δύο μορφές που δέονται για έλεος, καθώς ο Κύριος είναι έτοιμος να προφέρει την τελική κρίση, δεν μπορεί να είναι κατοπτρικές μορφές η μια της άλλης, γιατί δεξιά του στέκεται η Παναγία Παρθένος και αριστερά του ο Ιωάννης ο Βαπτιστής. Μπορείτε επίσης να σκεφτείτε την Παναγία και τον Ιωάννη τον Ευαγγελιστή στις δυο πλευρές του Σταυρού, στη Σταύρωση, σαν παράδειγμα διασπασμένης συμμετρίας.

Σαφώς έχουμε φτάσει εδώ, όπου η ακριβής γεωμετρική αντίληψη της αμφίπλευρης συμμετρίας αρχίζει να διαλύεται

μέσα στην αόριστη αντίληψη ενός ισορροπημένου* σχεδίου με το οποίο ξεκινήσαμε. «Συμμετρία», λέει ο Dagobert Frey σ' ένα άρθρο «Πάνω στο πρόβλημα της συμμετρίας στην τέχνη» [On the Problem of Symmetry in Art³], «σημαίνει εφησυχασμό και δέσμευση, ασύμμετρη κίνηση και χαλάρωση, τη μια νόμο και τάξη, την άλλη αυθαιρεσία και τύχη, τη μια τυπική αυστηρότητα και περιορισμό, την άλλη ζωή, παιχνίδι και ελευθερία». Όπου ο Θεός ή ο Χριστός εμφανίζονται σαν σύμβολα αιώνιας αλήθειας ή δικαιοσύνης, αποδίδονται σε συμμετρική μετωπική όψη, όχι σε προφίλ. Πιθανώς για τους ίδιους λόγους τα δημόσια κτίρια και οι τόποι λατρείας, είτε είναι αρχαίοι ελληνικοί ναοί είτε χριστιανικές βασιλικές και καθεδρικοί ναοί, έχουν αμφίπλευρη συμμετρία. Είναι όμως αλήθεια ότι όχι σπάνια τα δύο καμπαναριά των γοτθικών καθεδρικών ναών είναι διαφορετικά, όπως π.χ. της Σαρτρ. Αλλά πρακτικά κάθε τέτοια περίπτωση φαίνεται να οφείλεται στην ιστορία αυτών των ναών, κυρίως στο γεγονός ότι τα καμπαναριά χτίστηκαν σε διαφορετικές εποχές. Είναι κατανοητό ότι μια μεταγενέστερη εποχή οι άνθρωποι δεν ικανοποιούνταν από τα παλιότερα σχέδια. Ως εκ τούτου, μπορούμε να μιλήσουμε εδώ για ιστορική ασυμμετρία. Κατοπτρικές εικόνες παρατηρούνται εκεί όπου υπάρχει καθρέφτης, είτε αυτός είναι μια λίμνη όπου αντανακλάται ένα τοπίο είτε ένας γυάλινος καθρέφτης μέσα στον οποίο κοιτάζεται μια γυναίκα. Η φύση όπως και οι ζωγράφοι κάνουν χρήση αυτού του μοτίβου. Πιστεύω ότι θα σας έρχονται εύκολα τέτοια παραδείγματα στο μυαλό. Το πιο οικείο σε μένα είναι η *Λίμνη του Silvaplane* του Hodler, γιατί τη βλέπω στο γραφείο μου κάθε μέρα.

Ενώ είμαστε έτοιμοι να στραφούμε από την τέχνη στη

3. *Studium Generale*, σελ. 276.

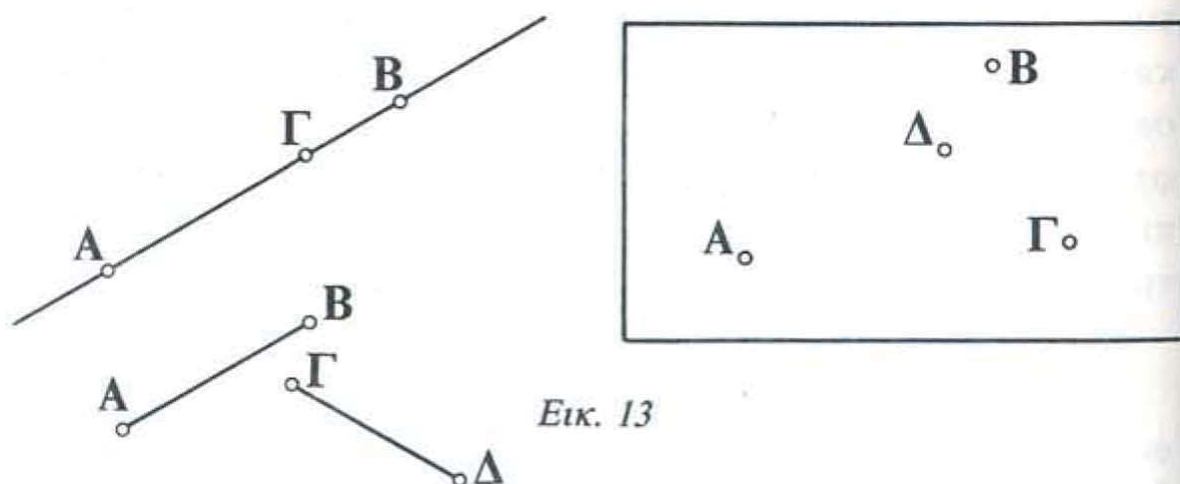
* Στο αγγλικό κείμενο αποδίδεται με τη γερμανική λέξη *Ausgewogenheit*. (Σ.τ.μ.).

φύση, ας παραμείνουμε για λίγα λεπτά ακόμη κι ας εξετάσουμε πρώτα τι μπορούμε να ονομάσουμε *μαθηματική φιλοσοφία του αριστερού και του δεξιού*. Στο μυαλό του επιστήμονα δεν υπάρχει βαθύτερη διαφορά, δεν υπάρχει πόλωση μεταξύ του αριστερού και του δεξιού, όπως υπάρχει π.χ. στην αντίθεση του αρσενικού με το θηλυκό ή στο εμπρός και το πίσω μέρος ενός ζώου. Χρειάζεται μια αυθαίρετη εκλογή για να καθορίσουμε ποιο είναι το αριστερό και ποιο το δεξιό. Αλλά, αν γίνει αυτό για ένα σώμα, τότε είναι καθορισμένο για κάθε σώμα. Θα προσπαθήσω να το αποσαφηνίσω αυτό περισσότερο. Στο χώρο η διάκριση του αριστερού και του δεξιού αφορά τον προσανατολισμό μιας βίδα. Αν μιλάτε για στροφή προς τα αριστερά, εννοείτε ότι η φορά προς την οποία στρέφεται, σε συνδυασμό με τη διεύθυνση από τα πόδια προς το κεφάλι, σχηματίζει μια αριστερόστροφη βίδα. Η καθημερινή περιστροφή της Γης σε συνδυασμό με τη διεύθυνση του άξονά της από τον Νότιο προς τον Βόρειο Πόλο αποτελεί μια αριστερόστροφη βίδα· θα είναι μια δεξιόστροφη βίδα, αν δώσετε στον άξονα την αντίθετη διεύθυνση. Υπάρχουν ορισμένες κρυσταλλικές ουσίες που ονομάζονται οπτικά ενεργές και φανερώνουν τη βαθύτερη ασυμμετρία της σύστασής τους αν στρέφουν το επίπεδο του πολωμένου φωτός που τις διαπερνά είτε προς τα αριστερά είτε προς τα δεξιά· με αυτό, βέβαια, εννοούμε ότι η φορά κατά την οποία το επίπεδο περιστρέφεται καθώς το φως κινείται προς μια καθορισμένη διεύθυνση, σε συνδυασμό με αυτή τη διεύθυνση, σχηματίζει μια αριστερόστροφη βίδα (ή μια δεξιόστροφη, ανάλογα με την περίπτωση). Ως εκ τούτου, όταν είπαμε πιο πάνω και τώρα επαναλαμβάνουμε, με μια ορολογία που την οφείλουμε στον Λάιμπνιτς*, ότι το αριστερό και το δεξιό

* Götffried Wilhelm Leibniz (1646-1716): Σημαντικότετος Γερμανός φιλόσοφος, μαθηματικός, φυσικός, ιστορικός και νομικός. Γεννήθηκε στη Λειψία και πέθανε στο Αννόβερο. (Σ.τ.μ.).

δεν διακρίνονται, εννοούμε ότι η βαθύτερη δομή του χώρου δεν μας επιτρέπει να διακρίνουμε μια αριστερόστροφη από μια δεξιόστροφη βίδα παρά μόνο με αυθαίρετη εκλογή.

Επιθυμώ να καταστήσω αυτή τη θεμελιώδη αντίληψη ακόμη περισσότερο ακριβή, γιατί απ' αυτή εξαρτάται ολόκληρη η θεωρία της σχετικότητας, η οποία δεν είναι παρά μια άλλη άποψη της συμμετρίας. Σύμφωνα με τον Ευκλείδη, μπορούμε να περιγράψουμε τη δομή του χώρου με έναν αριθμό θεμελιωδών σχέσεων μεταξύ σημείων, παραδείγματος χάριν ότι τα A, B και Γ κείνται πάνω σε μια ευθεία γραμμή, ή ότι τα A, B, Γ και Δ κείνται πάνω σ' ένα επίπεδο, ή ότι το AB είναι ίσο με το ΓΔ (Εικόνα 13). Ίσως ο καλύτερος τρόπος για την περιγραφή της δομής του χώρου είναι αυτός που υιοθέτησε ο Helmholtz: με την απλή αντίληψη της σύμπτωσης των σχημάτων. Μια απεικόνιση S του χώρου συσχετίζει κάθε σημείο σ μ' ένα σημείο σ': $\sigma \rightarrow \sigma'$. Ένα ζεύγος απεικονίσεων S, S' : $\sigma \rightarrow \sigma'$, $\sigma' \rightarrow \sigma$, από τις οποίες η μία είναι αντίστροφη της άλλης ούτως ώστε, αν η S μεταφέρει το σ στο σ', τότε η S' μεταφέρει το σ' πίσω στο σ και αντίστροφα, λέγεται ζεύγος ένα προς ένα απεικονίσεων ή μετασχηματισμών. Ένας μετασχηματισμός που διατηρεί τη δομή του χώρου — και, αν ορίζαμε αυτή τη δομή κατά τον τρόπο

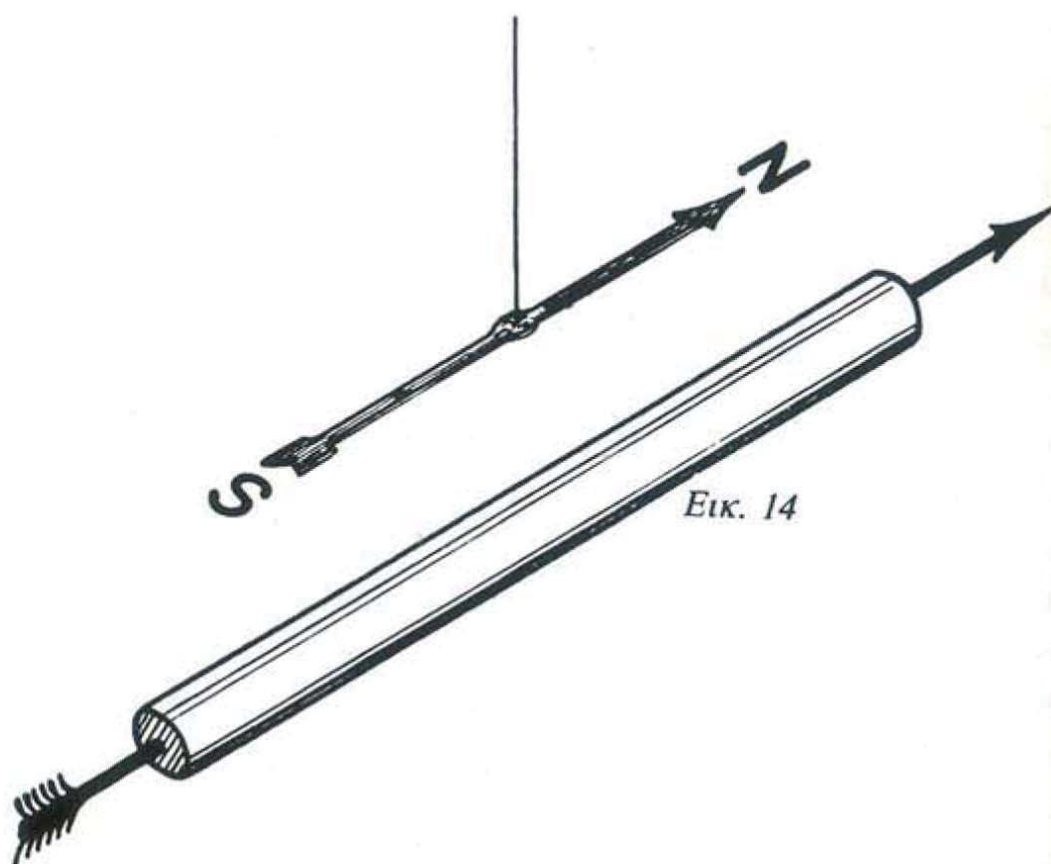


Εικ. 13

του Helmholtz, θα σήμαινε ότι μεταφέρει δύο συμπίπτουσες εικόνες σε δύο συμπίπτουσες — ονομάζεται από τους μαθηματικούς *αυτομορφισμός*. Ο Λάιμπνιτς αναγνώρισε ότι αυτή ακριβώς η ιδέα αποτελεί τη βάση της γεωμετρικής έννοιας της ομοιότητας. Ένας αυτομορφισμός μεταφέρει μια εικόνα σε μια άλλη η οποία, με τα λόγια του Λάιμπνιτς, είναι «αδιάκριτη από την πρώτη αν καθεμιά από τις δύο εικόνες εξεταστεί από μόνη της». Ορίζοντας λοιπόν ότι το αριστερό και το δεξιό είναι στην ουσία το ίδιο, εννοούμε ότι *ο κατοπτρισμός ως προς ένα επίπεδο είναι αυτομορφισμός*.

Ο χώρος ως έννοια μελετάται από τη γεωμετρία. Αλλά χώρος είναι επίσης και το μέσον όλων των φυσικών φαινομένων. Η δομή του φυσικού κόσμου αποκαλύπτεται από τους γενικούς νόμους της φύσης. Αυτοί είναι διατυπωμένοι με όρους κάποιων θεμελιωδών μεγεθών που είναι συναρτήσεις του χώρου και του χρόνου. Μιλώντας παραστατικά, θα συμπεραίναμε ότι η φυσική δομή του χώρου «περιέχει μια βίδα», εφόσον αυτοί οι νόμοι δεν παρέμεναν τελείως αμετάβλητοι σε σχέση με την ανάκλαση. Ο Ερνστ Μαχ* μιλάει για το πνευματικό σοκ που υπέστη όταν έμαθε σαν παιδί ότι η μαγνητική βελόνη αποκλίνει, προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά, αν αιωρηθεί παράλληλα προς ένα σύρμα μέσα από το οποίο διέρχεται ηλεκτρικό ρεύμα προς ορισμένη διεύθυνση (Εικόνα 14). Αφού όλη η γεωμετρική και φυσική απεικόνιση, περιλαμβανομένου του ηλεκτρικού ρεύματος και του νότιου και βόρειου πόλου της μαγνητικής βελόνης, όπως φαίνεται, είναι συμμετρική ως προς ένα επίπεδο E που διέρχεται από το σύρμα και τη βελόνη, η βελόνη θα έπρεπε να αντιδρά σαν

* Ερνστ Μαχ: (1838 - 1916): Αυστριακός φυσικός και φιλόσοφος ο οποίος διατύπωσε βασικές αρχές της οπτικής, της μηχανικής και της κυματοδυναμικής. Το 1887 διατύπωσε τις αρχές που διέπουν τους υπερήχους και όρισε τον ομώνυμο αριθμό (αριθμό μαχ). (Σ.τ.μ.)



το γαίδαρο* ανάμεσα σε δύο δεμάτια σανό και να δυσκολεύεται να αποφασίσει αν θα αποκλίνει δεξιά ή αριστερά — ακριβώς όπως ο βραχίονας μιας ζυγαριάς που φέρει ίσα βάρη δεν κλίνει ούτε προς τα αριστερά ούτε προς τα δεξιά, αλλά παραμένει σε οριζόντια θέση. Αλλά τα φαινόμενα μερικές φορές απατούν. Το δίλημμα του νεαρού Μαχ ήταν αποτέλεσμα μιας πολύ βιαστικής υπόθεσης που αφορούσε το αποτέ-

* Το πρωτότυπο έχει «όνο του Buridan». Ο Buridan, ο σπουδαίος αυτός Γάλλος φιλόσοφος που έζησε το Μεσαίωνα, στα σχόλιά του στο *Περί Ουρανού* του Αριστοτέλη, αναφέρει το παράδειγμα του σκύλου (όχι γαϊδάρου) που ψοφά από την πείνα γιατί δεν μπορεί ν' αποφασίσει ποια από τις δύο τροφές που βρίσκονται σε ίση απόσταση να γευτεί. Το παράδειγμα αυτό το αναφέρει όταν κάνει κριτική στον λογικό συλλογισμό των μέσων όρων, και έχει μείνει γνωστό στη φιλοσοφία ως *Pons asinorum* (γέφυρα του όνου). (Σ.τ.επιστ. συμβ.).

λεσμά του κατοπτρισμού ως προς το E του ηλεκτρικού ρεύματος και του θετικού και αρνητικού πόλου της βελόνης: ενώ γνωρίζουμε εκ των προτέρων πώς συμπεριφέρονται οι γεωμετρικές οντότητες όταν κατοπτρίζονται, πρέπει να μάθουμε από την ίδια τη φύση τη συμπεριφορά των φυσικών μεγεθών. Ανακαλύπτουμε λοιπόν ότι συμβαίνει το εξής: με κατοπτρισμό ως προς το επίπεδο E το ηλεκτρικό ρεύμα διατηρεί τη διεύθυνσή του, αλλά οι μαγνητικοί πόλοι της βελόνης εναλλάσσονται. Βέβαια αυτή η συμπεριφορά, που αποδεικνύει ξανά την ισοδυναμία του αριστερού και του δεξιού, είναι δυνατή εξαιτίας της ισότητας του θετικού και αρνητικού μαγνητισμού. Όλες οι αμφιβολίες διασκορπίστηκαν όταν βρέθηκε ότι ο μαγνητισμός της βελόνης οφείλεται στα μοριακά ηλεκτρικά ρεύματα που κινούνται γύρω από τη βελόνη κατά τη διεύθυνσή της: είναι ξεκάθαρο ότι με κατοπτρισμό ως προς το E αυτά τα ρεύματα αλλάζουν τη φορά τους.

Το τελικό αποτέλεσμα είναι ότι σε όλη τη φυσική τίποτε δεν φαίνεται να δείχνει μια ουσιαστική διαφορά του αριστερού και του δεξιού. Όπως όλα τα σημεία και όλες οι διευθύνσεις στο χώρο είναι ισοδύναμα, το ίδιο και το αριστερό και το δεξιό. Αριστερή ή δεξιά θέση ή διεύθυνση είναι έννοιες σχετικές. Σε γλώσσα θεολογικά χρωματισμένη, αυτή η έννοια της σχετικότητας συζητήθηκε εκτεταμένα σε μια φημισμένη διαμάχη μεταξύ του Λάιμπνιτς και του ιερωμένου Clarke με την ιδιότητά του ως εκπροσώπου του Νεύτωνα⁴. Ο Νεύτων με την πίστη του στον απόλυτο χώρο και χρόνο θεωρεί την κίνηση μια απόδειξη της δημιουργίας του κόσμου από την αυθαίρετη βούληση του Θεού, διαφορε-

4. Βλέπε G.W. Leibniz, *Philosophische Schriften* [Φιλοσοφικά κείμενα], εκδ. Gerhardt (Βερολίνο 1875 seq.), VII, σελ. 352-440, ιδιαίτερα την τρίτη επιστολή του Λάιμπνιτς, § 5.

τικά θα ήταν ανεξήγητο γιατί η ύλη κινείται προς κάποια διεύθυνση αντί προς μια άλλη. Ο Λάιμπνιτς είναι απρόθυμος να φορτώσει στον Θεό τέτοιες αποφάσεις από έλλειψη «επαρκών αιτίων». Λέει: «Υπό την προϋπόθεση ότι ο χώρος είναι κατιτί από μόνος του, είναι αδύνατο να δοθεί μια δικαιολογία γιατί ο Θεός θα έπρεπε να έχει τοποθετήσει τα σώματα (χωρίς να ανακατευτεί με τις αμοιβαίες αποστάσεις τους και τις σχετικές τους θέσεις) σε μια ιδιαίτερη θέση και όχι σε κάποια άλλη· για παράδειγμα, γιατί δεν θα τοποθετούσε καθετί κατά την αντίθετη τάξη, εναλλάσσοντας την Ανατολή με τη Δύση. Αν εξάλλου ο χώρος δεν είναι τίποτα περισσότερο από τη σειρά και τη σχέση των πραγμάτων στο χώρο, τότε οι δύο καταστάσεις που υποθέσαμε πιο πάνω, η πραγματική και η μετατόπισή της, δεν είναι από καμιά άποψη διαφορετικές η μία από την άλλη... και ως εκ τούτου είναι ανεπίτρεπτο να ρωτήσουμε γιατί προτιμήθηκε η μία κατάσταση από την άλλη». Σταθμίζοντας το πρόβλημα του αριστερού και του δεξιού, ο Καντ οδηγήθηκε στη δική του αντίληψη του χώρου και του χρόνου ως ειδών διαίσθησης⁵. Η γνώμη του Καντ φαίνεται πως ήταν η εξής: Αν η πρώτη πράξη δημιουργίας του Θεού υπήρξε ο σχηματισμός ενός αριστερού χεριού, τότε το χέρι, ακόμη και όταν δεν μπορούσε να συγκριθεί με τίποτε άλλο, είχε τον διακριτικό χαρακτήρα του αριστερού, ο οποίος μπορεί να κατανοηθεί μόνο με τη διαίσθηση και ποτέ με τη νόηση. Ο Λάιμπνιτς αντιλέγει. Κατ' αυτόν, δεν θα υπήρχε διαφορά αν ο Θεός είχε δημιουργήσει πρώτα ένα «δεξιό» χέρι αντί για ένα «αριστερό». Πρέπει να παρακολουθήσουμε τη δημιουργία του κόσμου μια στιγμή πριν εμφανιστεί η διαφορά. Αν ο Θεός,

5. Εκτός από την *Κριτική του καθαρού λόγου*, βλέπε ειδικά την § 13 του *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik* [Προλεγόμενα σε κάθε μελλοντική μεταφυσική].

αντί να δημιουργήσει πρώτα το αριστερό και μετά το δεξιό χέρι, ξεκινούσε δημιουργώντας ένα δεξιό χέρι και στη συνέχεια δημιουργούσε ακόμη ένα δεξιό χέρι, θα είχε αλλάξει το σχέδιο του σύμπαντος όχι με την πρώτη αλλά με τη δεύτερη πράξη, παράγοντας ένα χέρι με προσανατολισμό ίδιο και όχι αντίθετο με το πρωτοδημιουργημένο.

Η επιστημονική σκέψη συντάσσεται με τον Λάιμπνιτς. Η μυθική σκέψη πάντα είχε την αντίθετη άποψη, καθώς φαίνεται από τη χρησιμοποίηση του δεξιού και του αριστερού ως συμβόλων για εκ διαμέτρου αντίθετες έννοιες όπως το καλό και το κακό. Απλώς σκεφτείτε τη διπλή σημασία της ίδιας της λέξης *δεξιός*. Σ' αυτή τη λεπτομέρεια (Εικόνα 15) από τη φημισμένη *Δημιουργία του Αδάμ* του Μιχαήλ Άγγελου στην οροφή της Capella Sistina, το δεξί χέρι του Θεού, στα δεξιά, δίνει ζωή στο αριστερό του Αδάμ.

Εικ. 15



Οι άνθρωποι χαιρετιούνται με το δεξί τους χέρι. *Sinister* είναι η λατινική λέξη για τον αριστερό και η εραλδική αναφέρει ακόμη το αριστερό μέρος της ασπίδας ως *sinistrum* μέρος. Αλλά *sinistrum* από την άλλη σημαίνει το κακό και στην καθομιλουμένη αγγλική επιβιώνει μόνο αυτή η μεταφορική έννοια της λατινικής λέξης⁶. Από τους δύο κακοποιούς που σταυρώθηκαν μαζί με τον Χριστό, αυτός που πηγαίνει μαζί του στον Παράδεισο βρίσκεται στα δεξιά του. Ο Ευαγγελιστής Ματθαίος, στο Κεφάλαιο 25, περιγράφει τη Δευτέρα Παρουσία ως εξής: «καί στήσει τά μέν πρόβατα ἐκ δεξιῶν αὐτοῦ, τά δέ ἐρίφια ἐξ εὐωνύμων. Τότε ἐρεῖ ὁ βασιλεύς τοῖς ἐκ δεξιῶν αὐτοῦ· δεῦτε οἱ εὐλογημένοι τοῦ πατρός μου, κληρονομήσατε τήν ἡτοιμασμένην ὑμῖν βασιλείαν ἀπό καταβολῆς κόσμου.(...) καί τοῖς ἐξ εὐωνύμων· πορεύεσθε ἀπ' ἐμοῦ οἱ κατηραμένοι εἰς τό πῦρ τό αἰώνιον τό ἡτοιμασμένον τῷ διαβόλῳ καί τοῖς ἁγγέλοις αὐτοῦ».

Θυμάμαι μια διάλεξη του Heinrich Wölfflin* που δόθηκε κάποτε στη Ζυρίχη για το «Δεξιό και το αριστερό στη ζωγραφική», μαζί με ένα άρθρο για «Το πρόβλημα της αναστροφής (Umkehrung) στις τοιχογραφίες του Ραφαήλ», που σήμερα μπορείτε να το βρείτε περιληπτικά στο έργο του *Gedanken zur kunstgeschichte* [Σκέψεις πάνω στην Ιστορία της Τέχνης], 1941. Με μια σειρά παραδείγματα, όπως η Μαντόνα Σιξτίνα του Ραφαήλ και το χαρακτηριστικό *Landscape with the three trees* [Τοπίο με τρία δέντρα] του Ρέμπραντ, ο Wölfflin προσπαθεί να αποδείξει ότι το δεξιό στη ζωγραφική έχει άλλη *Stimmungswert* [αξία] απ' ό,τι το αριστερό. Πρακτικά, όλες οι μέθοδοι εκτύπωσης μιας εικόνας εναλλάσσουν το

6. Δεν αγνοώ το παράξενο γεγονός ότι ως τεχνικός όρος στη γλώσσα των ρωμαϊκών μαντειών το *sinistrum* είχε αντίθετα ευνοϊκή σημασία.

* Heinrich Wölfflin (1864-1945): Συγγραφέας σε θέματα αισθητικής, ο σημαντικότερος ιστορικός τέχνης της εποχής του απ' όσους έγραψαν στη γερμανική γλώσσα. (Σ.τ.μ.).

αριστερό και το δεξιό, και φαίνεται ότι οι παλιότερες εποχές ήταν πολύ λιγότερο ευαίσθητες απ' ό,τι εμείς σε τέτοιου είδους αναστροφές. (Ακόμη και ο Ρέμπραντ δεν δίστασε να προσφέρει για πούλημα την Αποκαθήλωση του Ιησού σαν αντίστροφο χαρακτηριστικό). Θεωρώντας ότι εμείς διαβάζουμε πολύ περισσότερο από ό,τι οι άνθρωποι, ας πούμε, του 16ου αιώνα, μας έρχεται στο νου η υπόθεση ότι η διαφορά που επισήμανε ο Wölfflin συνδέεται με τη συνήθειά μας να διαβάζουμε από αριστερά προς τα δεξιά. Απ' ό,τι θυμάμαι, ο ίδιος το απέρριψε αυτό, όπως επίσης κι έναν αριθμό άλλων ψυχολογικών ερμηνειών που διατυπώθηκαν στη συζήτηση μετά τη διάλεξή του. Το τυπωμένο κείμενο καταλήγει με την παρατήρηση ότι το πρόβλημα «προφανώς έχει βαθιές ρίζες, ρίζες που φτάνουν μέχρι τα θεμέλια των αισθήσεών μας». Όσο για μένα, δεν είμαι πρόθυμος να πάρω αυτό το ζήτημα στα σοβαρά⁷.

Στην επιστήμη η πίστη στην ισοδυναμία του αριστερού και του δεξιού έχει υποστηριχτεί ακόμη και στην περίπτωση κάποιων βιολογικών φαινομένων που σύντομα θα μνημονεύτούν, τα οποία φαίνεται να τονίζουν τη μη ισοδυναμία τους πιο έντονα απ' ό,τι η απόκλιση της μαγνητικής βελόνης που σοκάρισε τον νεαρό Μαχ. Το ίδιο πρόβλημα ισοδυναμίας εμφανίζεται σχετικά με το παρελθόν και το μέλλον, τα οποία εναλλάσσονται αντιστρέφοντας τη διεύθυνση του χρόνου, και σχετικά με το θετικό και το αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο. Σ' αυτές τις περιπτώσεις, ιδιαίτερα στη δεύτερη, είναι ίσως πιο ξεκαθαρισμένο απ' ό,τι στο ζευγάρι αριστερό

7. Βλέπε επίσης A. Faistauer, «Links und rechts im Bilde» [Αριστερά και δεξιά στην εικόνα], *Amicis, Jahrbuch der österreichischen Galerie* [Ημερολόγιο της αυστριακής γκαλερί], 1926, σελ. 77· Julius v. Schlosser, «Intorno alla lettura dei quadri», *Critica* 28, 1930, σελ. 72· Paul Oppé, «Right and left in Raphael's cartoons», *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes* 7, 1944, σελ. 82.

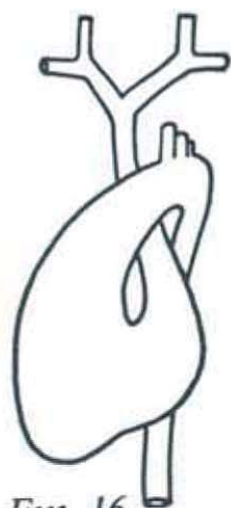
-δεξιό ότι μια εκ των προτέρων μαρτυρία δεν μπορεί να λύσει το πρόβλημα· πρέπει να ληφθούν υπόψη εμπειρικά δεδομένα. Να είστε βέβαιοι ότι ο ρόλος που παίζει το παρόν και το μέλλον στη συνείδησή μας θα μπορούσε να δείξει την ουσιαστική τους διαφορά — το παρελθόν γνωστό και αμετάβλητο, το μέλλον άγνωστο και υποκείμενο σε μεταβολές από αποφάσεις που παίρνονται τώρα — και θα περιμέναμε αυτή η διαφορά να έχει τη βάση της στους φυσικούς νόμους της φύσης. Αλλά αυτοί οι νόμοι για τους οποίους μπορούμε να υπερηφανευόμαστε ότι έχουμε κάποια γνώση είναι αμετάβλητοι σχετικά με την αντιστροφή του χρόνου καθώς και με την εναλλαγή του αριστερού και του δεξιού. Ο Λάιμπνιτς ξεκαθάρισε ότι οι χρονικοί τρόποι παρελθόν και μέλλον αναφέρονται στην *αιτιοκρατική δομή* του κόσμου. Ακόμη κι αν είναι αλήθεια ότι η ακριβής «κυματική συνάρτηση» που διατυπώθηκε με τη βοήθεια της κβαντομηχανικής δεν μεταβάλλεται αν ο χρόνος κυλήσει προς τα πίσω, η μεταφυσική ιδέα της αιτιότητας και μαζί μ' αυτή ο μονόδρομος χαρακτήρας του χρόνου μπορούν να εισχωρήσουν στη φυσική μέσω της στατιστικής ερμηνείας αυτών των νόμων, με όρους πιθανοτήτων και σωματιδίων. Η σημερινή μας γνώση της φυσικής μάς αφήνει ακόμη πιο αβέβαιους σχετικά με την ισοδυναμία ή μη του θετικού και του αρνητικού ηλεκτρικού φορτίου. Φαίνεται δύσκολο να επινοήσουμε φυσικούς νόμους κατά τους οποίους αυτά να μην είναι ουσιαστικά το ίδιο πράγμα· αλλά το αρνητικό αντίστοιχο του θετικά φορτισμένου πρωτονίου δεν έχει ακόμη ανακαλυφθεί.

Αυτή η ημιφιλοσοφική αναδρομή ήταν αναγκαία ως υποδομή για τη συζήτηση της συμμετρίας του αριστερού και του δεξιού στη φύση. Έπρεπε να καταλάβουμε ότι στη γενική οργάνωση της φύσης κυριαρχεί αυτή η συμμετρία· αλλά δεν περιμένουμε ότι κάθε ξεχωριστό αντικείμενο της φύσης θα τη δείχνει τέλεια. Πάντως, είναι εκπληκτικό σε τι έκταση επικρατεί. Πρέπει να υπάρχει κάποιος λόγος γι' αυτό, και

δεν είναι πολύ δύσκολο να τον βρούμε : μια κατάσταση ισορροπίας είναι πιθανό να είναι συμμετρική. Ακριβέστερα, κάτω από συνθήκες που καθορίζουν μια μοναδική κατάσταση ισορροπίας, η συμμετρία των συνθηκών πρέπει να αντανακλάται στην κατάσταση ισορροπίας. Γι' αυτόν το λόγο τα μπαλάκια του τένις και τα άστρα είναι σφαίρες· η Γη θα ήταν επίσης σφαιρική αν δεν περιστρεφόταν γύρω από τον άξονά της. Η περιστροφή την πλαταίνει στους πόλους αλλά η περιστροφική ή κυλινδρική της συμμετρία γύρω από τον άξονά της διατηρείται. Άρα, αυτό που έχει ανάγκη εξηγήσεως δεν είναι η περιστροφική συμμετρία του σχήματός της αλλά οι αποκλίσεις απ' αυτή τη συμμετρία όπως εμφανίζονται με την ακανόνιστη κατανομή στεριάς και νερού και με τις μικρές πτυχώσεις των βουνών στην επιφάνειά της. Γι' αυτούς τους λόγους, στη μονογραφία του για το πρόβλημα του αριστερού και του δεξιού στη ζωολογία, ο Wilhelm Ludwig* δεν λέει σχεδόν τίποτε σχετικά με την καταγωγή της αμφίπλευρης συμμετρίας που επικρατεί στο ζωικό βασίλειο από τα εχινόδερμα και πάνω, αλλά συζητεί λεπτομερώς κάθε είδος δευτερεύουσας ασυμμετρίας που αναπτύσσεται πάνω στο βασικό συμμετρικό σχέδιο⁸. Παραθέτω ένα απόσπασμα: «Το ανθρώπινο σώμα, όπως και των άλλων σπονδυλωτών, είναι βασικά κατασκευασμένο αμφιπλευρο-συμμετρικά. Όλες οι παρατηρούμενες ασυμμετρίες είναι δευτερεύοντος χαρακτήρα, και οι πιο σπουδαίες απ' αυτές, που επηρεάζουν τα εσωτερικά όργανα, καθορίζονται κυρίως από την ανάγκη του

8. W. Ludwig, *Rechts-links-Problem im Tierreich und beim Menschen* [Το πρόβλημα του δεξιού-αριστερού στο βασίλειο των ζώων και των ανθρώπων], Βερολίνο 1932.

* Karl Friedrich Wilhelm Ludwig (1816-1895): Γερμανός φυσιολόγος. Μελέτησε τη σύνθεση του αίματος και της λέμφου, το μηχανισμό της έκκρισης των ούρων και τη φυσιολογία της καρδιάς. (Σ.τ.μ.).



Εικ. 16

πεπτικού σωλήνα να αυξάνει την επιφάνειά του δυσανάλογα με την ανάπτυξη του σώματος, η επιμήκυνση του οποίου οδηγεί σε μια ασυμμετρική πτύχωση και περιστροφή. Και κατά την πορεία της φυλογενετικής εξέλιξης, αυτές οι πρώτες ασυμμετρίες που αφορούν το πεπτικό σύστημα και τα συναφή του όργανα προκάλεσαν ασυμμετρίες στα άλλα οργανικά συστήματα». Είναι πασίγνωστο ότι η καρδιά των θηλαστικών είναι ένας συμμετρικός κοχλίας, όπως φαίνεται από την Εικόνα 16. Αν η φύση ήταν καθ' όλα νομοταγής, τότε κάθε φαινόμενο θα το διείπε η πλήρης συμμετρία των παγκόσμιων νόμων της φύσης όπως είναι διατυπωμένοι από τη θεωρία της σχετικότητας. Το απλό γεγονός ότι δεν είναι έτσι αποδεικνύει ότι το *απρόοπτο* είναι ένα ουσιώδες γνώρισμα του κόσμου. Ο Clarke στη διαμάχη του με τον Λάιμπνιτς παραδέχτηκε την αρχή του επαρκούς αιτίου του δεύτερου, αλλά πρόσθεσε ότι το επαρκές αίτιο συχνά επαφίεται στην απλή βούληση του Θεού. Πιστεύω ότι εδώ ο ορθολογιστής Λάιμπνιτς κάνει πέρα για πέρα λάθος και ο Clarke βρίσκεται στον σωστό δρόμο. Αλλά θα ήταν πιο ειλικρινές αν αρνιόταν πλήρως την αρχή του επαρκούς αιτίου αντί να κάνει τον Θεό υπεύθυνο για καθετί παράλογο στον κόσμο. Από την άλλη, ο Λάιμπνιτς είχε δίκιο απέναντι στον Νεύτωνα και τον Clarke σχετικά με τη διορατικότητά του στην αρχή της σχετικότητας. Η αλήθεια όπως τη βλέπουμε σήμερα είναι η εξής: Οι νόμοι της φύσης δεν καθορίζουν μοναδικά τον έναν κόσμο που πραγματικά υπάρχει, ούτε ακόμη κι αν παραδεχτούμε ότι δύο κόσμοι που δημιουργούνται ο ένας από τον άλλο με αυτομορφικό μετασχηματισμό, δηλαδή μ' ένα μετασχηματισμό που διατηρεί τους παγκόσμιους νόμους της φύσης, πρέπει να θεωρούνται ο ίδιος κόσμος.

Αν για ένα κομμάτι ύλης η ολική συμμετρία η συμφυής με τους νόμους της φύσης δεν περιορίζεται από τίποτε άλλο παρά μόνο από τη συμπτωματική του θέση P, τότε θα πάρει το σχήμα σφαίρας με κέντρο το P. Έτσι οι κατώτερες μορ-

φές ζωής, οι μικροϋπάρξεις που αιωρούνται μέσα στο νερό, είναι λίγο-πολύ σφαιρικές. Για μορφές καθηλωμένες στο βυθό των ωκεανών η διεύθυνση της βαρύτητας είναι σημαντικός παράγοντας, αφού περιορίζει το σύνολο των συμμετρικών μετασχηματισμών από περιστροφές ως προς το κέντρο P σε περιστροφές ως προς άξονα. Αλλά για ζώα ικανά να αυτοκινούνται στο νερό, στον αέρα ή στην ξηρά, και οι δύο διευθύνσεις, η διεύθυνση κινήσεως και η διεύθυνση της βαρύτητας, έχουν καθοριστική επίδραση. Μετά τον προσδιορισμό του εμπρός - πίσω, του πάνω - κάτω και, ως εκ τούτου, του αριστερού - δεξιού άξονα, μόνο η διάκριση μεταξύ του αριστερού και του δεξιού παραμένει αυθαίρετη, και σ' αυτή τη φάση δεν μπορεί να αναμένεται ανώτερη συμμετρία παρά εκείνη του αμφιπλευρικού τύπου. Παράγοντες στη φυλογενετική εξέλιξη που τείνουν να εισαγάγουν κληρονομικές διαφορές μεταξύ του αριστερού και του δεξιού είναι πιθανό να εξουδετερώνονται από το πλεονέκτημα που αντλεί ένα ζώο από τον αμφίπλευρο σχηματισμό των οργάνων κινήσεώς του, της κοιλιάς ή των μυών και των άκρων: σε περίπτωση ασυμμετρικής τους ανάπτυξης θα προέκυπτε φυσικά κίνηση τύπου κοχλία, αντί για ευθεία κίνηση. Αυτό βοηθά να εξηγήσουμε γιατί τα άκρα μας υπακούουν στο νόμο της συμμετρίας πιο αυστηρά απ' ό,τι τα εσωτερικά μας όργανα. Ο Αριστοφάνης στο *Συμπόσιο* του Πλάτωνα αφηγείται μια διαφορετική ιστορία για το πώς προήλθε η αμφίπλευρη από τη σφαιρική συμμετρία. Αρχικά, λέει, ο άνθρωπος ήταν στρογγυλός με την πλάτη και τις πλευρές του να σχηματίζουν κύκλο [έπειτα όλον ἦν ἑκάστου τοῦ ἀνθρώπου τό εἶδος στρογγύλον, νῶτον καί πλευράς κύκλῳ ἔχον]*. Για να ταπεινώσει την

* Επειδή, όπως εξηγεί, τα τρία ανθρώπινα γένη που υπήρχαν παλιά, το αρσενικό, το θηλυκό και το μεικτό ή ανδρόγυνο, είχαν την αρχική καταγωγή τους από τον Ήλιο, τη Γη και η Σελήνη, αντίστοιχα. (Σ.τ.μ.).

υπερηφάνεια και τη δύναμή τους ο Δίας άρχισε να τους κόβει στα δύο [έτεμνε τούς ανθρώπους δίχα] και ο Απόλλων τους έστριβε τα πρόσωπα· και ο Δίας απείλησε: «αν συνεχίσουν να φαίνονται αδιάντροποι... θα τους ξαναδιχοτομήσω [πάλιν αὖ τεμνῶ δίχα] και θα βαδίζουν με το ένα πόδι σαν εκείνους που παίζουν το κουτσό».

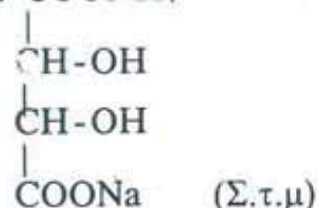
Τα πιο εντυπωσιακά παραδείγματα συμμετρίας στον ανόργανο κόσμο είναι οι κρύσταλλοι. Η αέρια και η κρυσταλλική φάση είναι δύο ξεκάθαρες καταστάσεις της ύλης που η φυσική τις εξηγεί σχετικά εύκολα· οι καταστάσεις ανάμεσα σ' αυτές τις δύο ακραίες, η υγρή και η εύπλαστη, δεν υπόκεινται εξίσου εύκολα σε θεωρία. Στην αέρια κατάσταση τα μόρια κινούνται ελεύθερα μέσα στο χώρο με ανεξάρτητες κάθε στιγμή θέσεις και ταχύτητες. Στην κρυσταλλική κατάσταση τα άτομα ταλαντώνονται γύρω από τις θέσεις ισορροπίας σαν να είναι δεμένα με ελαστικές χορδές. Αυτές οι θέσεις ισορροπίας σχηματίζουν ένα καθορισμένο κανονικό σχήμα στο χώρο. Τι εννοούμε κανονικό και πώς η ορατή συμμετρία των κρυστάλλων προέρχεται από την κανονική διευθέτηση των ατόμων θα εξηγηθεί σε διάλεξη που ακολουθεί. Τα περισσότερα από τα 32 γεωμετρικά δυνατά συστήματα κρυσταλλικής συμμετρίας εμπεριέχουν αμφίπλευρη συμμετρία αλλά όχι όλα. Όπου αυτή δεν εμπεριέχεται έχουμε τη δυνατότητα δημιουργίας των ονομαζόμενων εναντιόμορφων κρυστάλλων που υπάρχουν σε μια δεξιά και σε μια αριστερή μορφή, η μια κατοπτρικό είδωλο της άλλης, όπως συμβαίνει με το αριστερό και το δεξιό χέρι. Μια ουσία που είναι οπτικά ενεργός, που στρέφει δηλαδή το επίπεδο του πολωμένου φωτός είτε αριστερά είτε δεξιά, περιμένουμε να κρυσταλλώνεται σε τέτοιου είδους ασυμμετρικές μορφές. Αν η αριστερή μορφή υπάρχει στη φύση, θα περίμενε κανείς ότι υπάρχει επίσης και η δεξιά μορφή και ότι κατά μέσον όρο και οι δύο μορφές παρατηρούνται με την ίδια συχνότητα. Το 1848 ο Παστέρ ανακάλυψε ότι όταν οι οπτικά ανε-

νεργοί κρύσταλλοι του άλατος του τρυγικού οξέος* με νάτριο και αμμώνιο** ξανακρυσταλλώνονταν από υδατικό διάλυμα σε χαμηλότερη θερμοκρασία, το ίζημα αποτελούνταν από δύο είδη μικροσκοπικών κρυστάλλων που ήταν κατοπτρικά είδωλα το ένα του άλλου. Τους διαχώρισε προσεχτικά, και τα οξέα που ελευθερώθηκαν και από τον έναν και από τον άλλο είχαν την ίδια χημική σύσταση όπως το τρυγικό οξύ, αλλά ο ένας έστρεφε το επίπεδο του πολωμένου φωτός αριστερά και ο άλλος δεξιά. Βρέθηκε ότι ο τελευταίος ήταν παρόμοιος με τους κρυστάλλους του τρυγικού οξέος που υπάρχουν στα σταφύλια κατά την αλκοολική τους ζύμωση· ο άλλος, ο αριστερός, δεν είχε ποτέ πριν παρατηρηθεί στη φύση. «Σπάνια», λέει ο F.M. Jaeger στις διαλέξεις του *On the principle of symmetry and its applications in natural science* [Πάνω στην αρχή της συμμετρίας και τις εφαρμογές της στις φυσικές επιστήμες], «μια επιστημονική ανακάλυψη είχε τόσο σημαντικές επιπτώσεις όσες αυτή».

Προφανώς, κάποια τυχαία περιστατικά που δύσκολα ελέγχονται κρίνουν αν σε μια μικρή περιοχή του διαλύματος θα δημιουργηθεί αριστερός ή δεξιός κρύσταλλος· και έτσι, σε συμφωνία με τον συμμετρικό και οπτικά ανενεργό χαρακτήρα του διαλύματος ως συνόλου και με τους νόμους της τύχης, τα ποσά της ουσίας που κατακάθονται με τη μία ή με την άλλη μορφή κάθε χρονική στιγμή κατά τη διαδικασία της κρυστάλλωσης είναι ίσα ή σχεδόν ίσα. Εξάλλου η φύση, δίνοντάς μας το θαυμάσιο δώρο των σταφυλιών που τόσο το είχε απολαύσει ο Νώε, παρήγαγε μόνο τη μία από τις μορφές, ενώ την άλλη την παρασκεύασε ο Παστέρ! Αυτό είναι

* Στα λατινικά *acidum racemicum*.

** Τρυγικό νάτριο-αμμώνιο. Χημικός τύπος: COONH_4



πράγματι παράξενο. Είναι γεγονός ότι οι περισσότερες από τις πολυάριθμες ενώσεις του άνθρακα βρίσκονται στη φύση μόνο με τη μία μορφή, την αριστερή ή τη δεξιά. Η φορά κατά την οποία στρέφεται το όστρακο του σαλιγκαριού είναι κληρονομικού χαρακτήρα και καθορίζεται από τη γενετική του δομή, όπως και η θέση της καρδιάς στα αριστερά και η περιέλιξη του πεπτικού σωλήνα στα είδη του *homo sapiens*. Αυτό δεν αποκλείει να παρατηρούνται αναστροφές· π.χ. η *situs inversus* [αναστροφή θέσεως] των εντοσθίων παρατηρείται στους ανθρώπους με συχνότητα περίπου δύο κάθε δέκα χιλιάδες. Θα επανέλθουμε σ' αυτό αργότερα. Επίσης, η βαθύτερη χημική σύσταση του σώματός μας δείχνει ότι περιέχουμε κοχλία, έναν κοχλία που περιστρέφεται με τον ίδιο τρόπο στον καθένα μας. Έτσι το σώμα μας περιέχει τη δεξιόστροφη μορφή της γλυκόζης και την αριστερόστροφη μορφή της φρουκτόζης. Μια δυσάρεστη εκδήλωση αυτής της χαρακτηριστικής γενετικής ασυμμετρίας είναι μια ασθένεια του μεταβολισμού που ονομάζεται φαινυλοκετονουρία· αυτή οδηγεί τον άνθρωπο σε παραφροσύνη όταν προστεθούν μικρές ποσότητες αριστερόστροφης φαινυλαλανίνης στην τροφή του, ενώ η δεξιόστροφη μορφή δεν έχει τέτοια καταστροφική δράση. Στην ασυμμετρική χημική σύσταση των ζωντανών οργανισμών πρέπει να αποδώσουμε την επιτυχία της μεθόδου του Παστέρ να απομονώσει την αριστερόστροφη και δεξιόστροφη μορφή των ουσιών μέσω της ενζυματικής δράσης των βακτηρίων, μυκήτων, ενζύμων και παρόμοιων. Έτσι βρήκε ότι ένα αρχικά ανενεργό διάλυμα τρυγικού οξέος ανέπτυξε βαθμιαία αριστερόστροφους κρυστάλλους όταν καλλιεργήθηκε μέσα του το *Penicillium glaucum*. Ο μικροοργανισμός ξεκάθαρα επέλεξε για τη διατροφή του εκείνη τη μορφή των μορίων του τρυγικού οξέος που ταίριαζε καλύτερα στη δική του ασυμμετρική σύσταση. Για την περιγραφή αυτής της εξειδικευμένης δράσης των μικροοργανισμών έχει χρησιμοποιηθεί η μεταφορά κλειδιού - κλειδαριάς.

Έχοντας υπόψη τα γεγονότα που αναφέραμε και την αποτυχία όλων των προσπαθειών να «ενεργοποιηθούν» με απλά χημικά μέσα οπτικά ανενεργές ουσίες⁹, είναι ευνόητο γιατί ο Παστέρ προσκολλήθηκε στην ιδέα ότι η παραγωγή οπτικά ενεργών ενώσεων ήταν το κατ' εξοχήν προνόμιο της ζωής. Το 1860 έγραφε: «Ίσως αυτή είναι η μοναδική σαφής γραμμή διαχωρισμού που μπορεί να συρθεί προς το παρόν ανάμεσα στη χημεία της ζωντανής και της νεκρής ύλης». Ο Παστέρ προσπάθησε να εξηγήσει τα πρώτα του πειράματα όπου το τρυγικό οξύ είχε μετασχηματιστεί με την κρυστάλλωση σε ένα μείγμα δεξιόστροφων και αριστερόστροφων κρυστάλλων τρυγικού οξέος, με τη δράση των βακτηρίων της ατμόσφαιρας πάνω στο αρχικό διάλυμα. Είναι βέβαιο σήμερα ότι έκανε λάθος· η σωστή φυσική εξήγηση βρίσκεται στο γεγονός ότι σε χαμηλή θερμοκρασία ένα μείγμα των δύο αντίθετων οπτικά ενεργών μορφών είναι πιο σταθερό απ' ό,τι η ανενεργός ρακεμική μορφή*. Αν υπάρχει κατ' αρχήν διαφορά μεταξύ ζωής και θανάτου, αυτή δεν οφείλεται στη χημική σύσταση του υλικού του υποστρώματος. Αυτό επιβεβαιώθηκε αφ' ότου ο Wöhler*, το 1828, παρασκεύασε

9. Γνωρίζουμε σήμερα ένα ξεκάθαρο παράδειγμα, την αντίδραση του nitrocinnaaminacid με βρώμιο, όπου κυκλικά πολωμένο φως παράγει μια οπτικά ενεργό ουσία.

* Ρακεμική μορφή: Ένα διάλυμα που περιέχει ίσο αριθμό δύο οπτικά ενεργών μορίων, κατά την κρυστάλλωσή του δίνει μόρια (σώματα) που είναι οπτικά ανενεργά (δεν στρέφουν το πολωμένο φως ούτε δεξιά ούτε αριστερά), που χαρακτηρίζονται ως *ρακεμικές ενώσεις* (από το *acidum racemicum* = τρυγικό οξύ, που υπήρξε το πρώτο σώμα αυτού του τύπου, μελετηθέν από τον Παστέρ). (Σ.τ.μ.)

* Friedrich Wöhler (1800-1882): Ένας από τους ικανότερους χημικούς του 19ου αιώνα. Το 1828 συνέθεσε την ουρία, που θεωρούνταν οργανική ένωση ζωικής προέλευσης, από κυανικό αμμώνιο (NH_4CNO) που είναι ανόργανη ένωση. Έτσι κατέρρευσε η δοξασία της ζωικής δύναμης (*vis vitalis*), μιας μυστηριώδους ζωικής δύναμης που πιστευόταν ότι κατευθύνει

συνθετικά ουρία από καθαρά ανόργανα υλικά. Αλλά ακόμη και το 1898 ο F.R. Jarr στη φημισμένη διάλεξή του «Στερεοχημεία και βιταλισμός», πριν η Βρετανική Ένωση επιδοκιμάσει την άποψη του Παστέρ για την τροποποιημένη μορφή, έλεγε: «Μόνο οι ζωντανοί οργανισμοί ή η ζωντανή ευφυΐα με τη σύλληψη της συμμετρίας μπορεί να φέρει αυτό το αποτέλεσμα (δηλαδή ασύμμετρες ενώσεις)». Μήπως πράγματι εννοεί ότι ήταν η ευφυΐα του Παστέρ που, επινοώντας το πείραμα αλλά προς μεγάλη του έκπληξη, δημιούργησε το δίδυμο των τρυγικών κρυστάλλων; Ο Jarr συνεχίζει: «Μόνο η ασυμμετρία μπορεί να γεννήσει ασυμμετρία». Την αλήθεια αυτού του ισχυρισμού είμαι πρόθυμος να την παραδεχτώ· αλλά μικρή βοήθεια μας προσφέρει αφού δεν υπάρχει συμμετρία στην τυχαία οργάνωση του κόσμου, την περασμένη και τη σημερινή, η οποία γεννά το μέλλον.

Υπάρχει όμως μια αληθινή δυσκολία: Γιατί η φύση θα έπρεπε να δημιουργεί μόνο ένα από τα δύο εναντιόμορφα σχήματα, η προέλευση των οποίων είναι ουσιαστικά βέβαιο ότι οφείλεται στους ζωντανούς οργανισμούς; Ο Pascual Jordan δίνει έμφαση σ' αυτό το γεγονός για να υποστηρίξει τη γνώμη του ότι η αρχή της ζωής δεν οφείλεται σε τυχαία γεγονότα τα οποία, άπαξ και συνέβησαν σε κάποιο στάδιο της εξέλιξης, έχουν την τάση να συμβαίνουν συνέχεια μια εδώ - μια εκεί, αλλά μάλλον σε ένα γεγονός μοναδικού και απίθανου χαρακτήρα που συνέβη μία φορά από τύχη και έπειτα προκλήθηκε μια βροχή αυτοκαταλυόμενων πολλαπλασιασμών. Αν τα ασυμμετρικά μόρια των πρωτεϊνών που βρέθηκαν στα φυτά και τα ζώα είχαν ανεξάρτητη προέλευση, τότε οι αριστερόστροφες και δεξιόστροφες ποικιλίες τους θα έπρεπε να βρίσκονται σχεδόν με την ίδια αφθονία. Έτσι

τις λειτουργίες στους ζώντες οργανισμούς. Έτσι η ουρία ήταν η πρώτη οργανική ένωση που παρασκευάστηκε χωρίς τη «βοήθεια» της *vis vitalis*. (Σ.τ.μ.).

φαίνεται να έχει κάποια αλήθεια η ιστορία του Αδάμ και της Εύας, αν όχι για την καταγωγή του ανθρώπινου γένους, τουλάχιστον για τις αρχέγονες μορφές ζωής. Σχετικά με αυτά τα βιολογικά δεδομένα είπα πριν ότι, αν βασιστούμε σ' αυτά, μας υποδεικνύουν μια εσωτερική διαφορά ανάμεσα στο αριστερό και το δεξιό, τουλάχιστον όσον αφορά τη σύσταση του οργανικού κόσμου. Μπορούμε όμως να είμαστε βέβαιοι ότι η απάντηση στο αίνιγμά μας δεν βρίσκεται σε κανέναν από τους παγκόσμιους βιολογικούς νόμους αλλά στα τυχαία συμβάντα της γένεσης του κόσμου των οργανισμών. Ο Pascual Jordan δείχνει μια διέξοδο· θα προτιμούσαμε να βρούμε μια λιγότερο ακραία, για παράδειγμα ανάγοντας την ασυμμετρία των κατοίκων πάνω στη Γη σε κάποια έμφυτη, αν και τυχαία, ασυμμετρία της ίδιας της Γης, ή του φωτός που δέχεται η Γη από τον Ήλιο. Αλλά ούτε η περιστροφή της Γης ούτε τα συνδυασμένα μαγνητικά πεδία της Γης και του Ήλιου μπορούν να μας βοηθήσουν άμεσα σ' αυτό. Μια άλλη πιθανότητα θα ήταν να υποθέσουμε ότι η εξέλιξη ξεκίνησε από μια ίση κατανομή των εναντιόμορφων τύπων, αλλά ήταν ασταθής ισορροπία η οποία, κάτω από μια ασήμαντη διαταραχή, κατέρρευσε.

Από τα φυλογενετικά προβλήματα του αριστερού και δεξιού, ας στραφούμε τελικά στην οντογένεσή τους. Προκύπτουν δύο ερωτήματα: Η πρώτη διαίρεση του γονιμοποιημένου ωαρίου ενός ζώου σε δύο κύτταρα καθορίζει άραγε το κεντρικό επίπεδο έτσι που το ένα από τα κύτταρα να περιέχει τις δυνατότητες του αριστερού μισού και το άλλο του δεξιού; Και δεύτερον, τι καθορίζει το επίπεδο της πρώτης διαίρεσης; Αρχίζω με το δεύτερο ερώτημα. Το ωάριο κάθε ζώου ανώτερου από τα πρωτόζωα διαθέτει εξ αρχής έναν πολικό άξονα που συνδέει ό,τι αναπτύσσεται μέσα στο ζώο και τους νευροφυτικούς πόλους του βλαστιδίου*. Αυτός ο άξο-

* Ένα από τα πρώτα στάδια της ζωής του εμβρύου. (Σ.τ.μ.).

νας μαζί με το σημείο όπου το γονιμοποιητικό σπερματοζώαριο εισέρχεται στο ωάριο καθορίζουν ένα επίπεδο, και θα ήταν φυσικό να υποθέσουμε ότι αυτό είναι το επίπεδο της πρώτης διαίρεσης. Και πράγματι υπάρχουν ενδείξεις ότι έτσι γίνεται σε πολλές περιπτώσεις. Σημερινές γνώμες φαίνεται να συγκλίνουν προς την υπόθεση ότι η αρχική πολικότητα καθώς και η επακόλουθη αμφίπλευρη συμμετρία είναι αποτελέσματα εξωτερικών παραγόντων οι οποίοι ενεργοποιούν δυνατότητες έμφυτες στη γενετική ιδιοσύσταση. Σε πολλές περιπτώσεις είναι προφανές ότι η διεύθυνση του πολικού άξονα καθορίζεται από την προσκόλληση του ανώριμου ωαρίου στο τοίχωμα της ωοθήκης, και το σημείο εισόδου του γονιμοποιητικού σπέρματος είναι, όπως είπαμε, τουλάχιστον ένας και συχνά ο πιο σημαντικός από τους καθοριστικούς παράγοντες για το κεντρικό επίπεδο. Αλλά και άλλες επιδράσεις μπορεί επίσης να ευθύνονται για τον καθορισμό του ενός ή του άλλου. Στα φύκια του γένους *Fucus* το φως ή τα ηλεκτρικά πεδία ή χημικές αυξομειώσεις καθορίζουν τον πολικό άξονα, και σε μερικά έντομα και κεφαλόποδα το κεντρικό επίπεδο φαίνεται να καθορίζεται από τις επιρροές της ωοθήκης πριν από τη γονιμοποίηση¹⁰. Η βαθύτερη αιτία που κάνει να λειτουργούν αυτές οι επιδράσεις αναζητήθηκε από μερικούς βιολόγους σε μια προσχηματισμένη κατασκευή,

10. Ο Julian S. Huxley και ο G.R. de Beer στο κλασικό έργο τους *Elements of embryology* [Στοιχεία εμβρυολογίας] (Cambridge University Press, 1934) δίνουν αυτή τη διατύπωση (Κεφάλαιο XIV, Ανακεφαλαίωση, σελ. 438): «Στα πολύ πρόωρα στάδια, το ωάριο αποκτά ενιαία οργάνωση του τύπου του κλιμακούμενου πεδίου στα οποίο ποσοτικές διαφοροποιήσεις ενός ή περισσότερων ειδών απλώνονται διαμέσου του περιεχομένου του ωαρίου προς μία ή περισσότερες διευθύνσεις. Η σύσταση του ωαρίου προκαθορίζει τον τύπο του κλιμακούμενου πεδίου· ωστόσο, ο εντοπισμός των κλιμακώσεων δεν είναι προκαθορισμένος, αλλά προκαλείται από εξωτερικές επιδράσεις».

για την οποία δεν έχουμε ακόμη ξεκάθαρη εικόνα. Έτσι ο Conklin* μίλησε για έναν σπογγοπλασματικό** σκελετό, άλλοι για έναν κυτταροσκελετό και, καθώς σήμερα υπάρχει μια ισχυρή τάση μεταξύ των βιοχημικών για την αναγωγή των κατασκευαστικών ιδιοτήτων στις ίνες —τόσο πολύ, ώστε ο Joseph Needham στις διαλέξεις του πάνω στην *Τάξη και ζωή* (Order and life, 1936) τολμά τον αφορισμό ότι η βιολογία σε μεγάλο βαθμό είναι η σπουδή των ινών—, μπορούμε να περιμένουμε πως θα βρουν ότι η πιο βαθιά δομή του ωαρίου συνίσταται σε ένα σκελετό επιμηκυνόμενων πρωτεϊνικών μορίων ή υγρών κρυστάλλων.

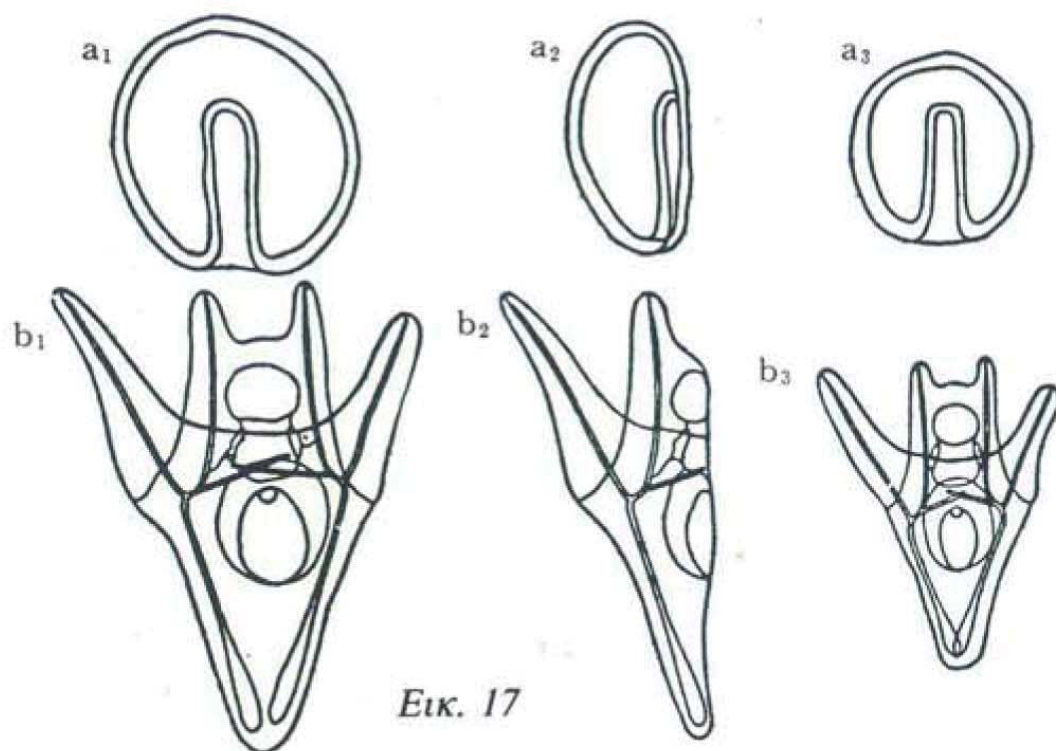
Γνωρίζουμε λίγο περισσότερα σχετικά με την πρώτη μας ερώτηση για το αν η πρώτη μίτωση*** του κυττάρου το διαιρεί σε αριστερό και δεξιό. Εξαιτίας του θεμελιώδους χαρακτήρα της αμφίπλευρης συμμετρίας, η υπόθεση ότι γίνεται έτσι φαίνεται αρκετά αληθοφανής. Παρ' όλα αυτά, η απάντηση δεν μπορεί να είναι μια ανεπιφύλακτη επιβεβαίωση. Ακόμη κι αν η υπόθεση ήταν αληθινή για τη φυσιολογική ανάπτυξη, γνωρίζουμε από πειράματα που πρωτοεκτελέστηκαν από τον Hans Driesch πάνω στους αχινούς ότι, αν ένα από τα δύο κύτταρα απομονωθεί από το ταίρι του κατά το στάδιο των δύο κυττάρων, τότε αναπτύσσεται σε γαστρίδιο**** που διαφέρει από το κανονικό μόνο κατά το ότι έχει μικρότερο μέγεθος. Στην Εικόνα 17 φαίνονται οι περίφημες

* Edwin Grand Conklin (1863-1952): Αμερικανός βιολόγος γνωστός για τις μελέτες του πάνω στην εξέλιξη του ανθρώπου. Έγινε καθηγητής βιολογίας στο Πρίνστον. Πειραματιζόμενος στο πεδίο της εμβρυολογίας των ασπονδύλων, μελέτησε το ωάριο καθώς και το σχηματισμό των οργάνων μέχρι τις καταβολές τους στο ωάριο και το έμβρυο. (Σ.τ.μ.).

** Ένα δίκτυο από ινίδια που συγκρατεί το πρωτόπλασμα. (Σ.τ.μ.).

*** Διαιρέση του κυττάρου. (Σ.τ.μ.).

**** Στάδιο της ζωής του εμβρύου στο οποίο γίνονται οι μετακινήσεις κυττάρων για να σχηματιστούν τα δέρματα. (Σ.τ.μ.).



Εικ. 17

Πειράματα του Driesch επί των Αχινών (Echinus).

a₁ και b₁. Κανονικό γαστρίδιο και κανονικός πλουτέας*

a₂ και b₂. Ημιγαστρίδιο και ημιπλουτέας, αναμενόμενα από τον Driesch.

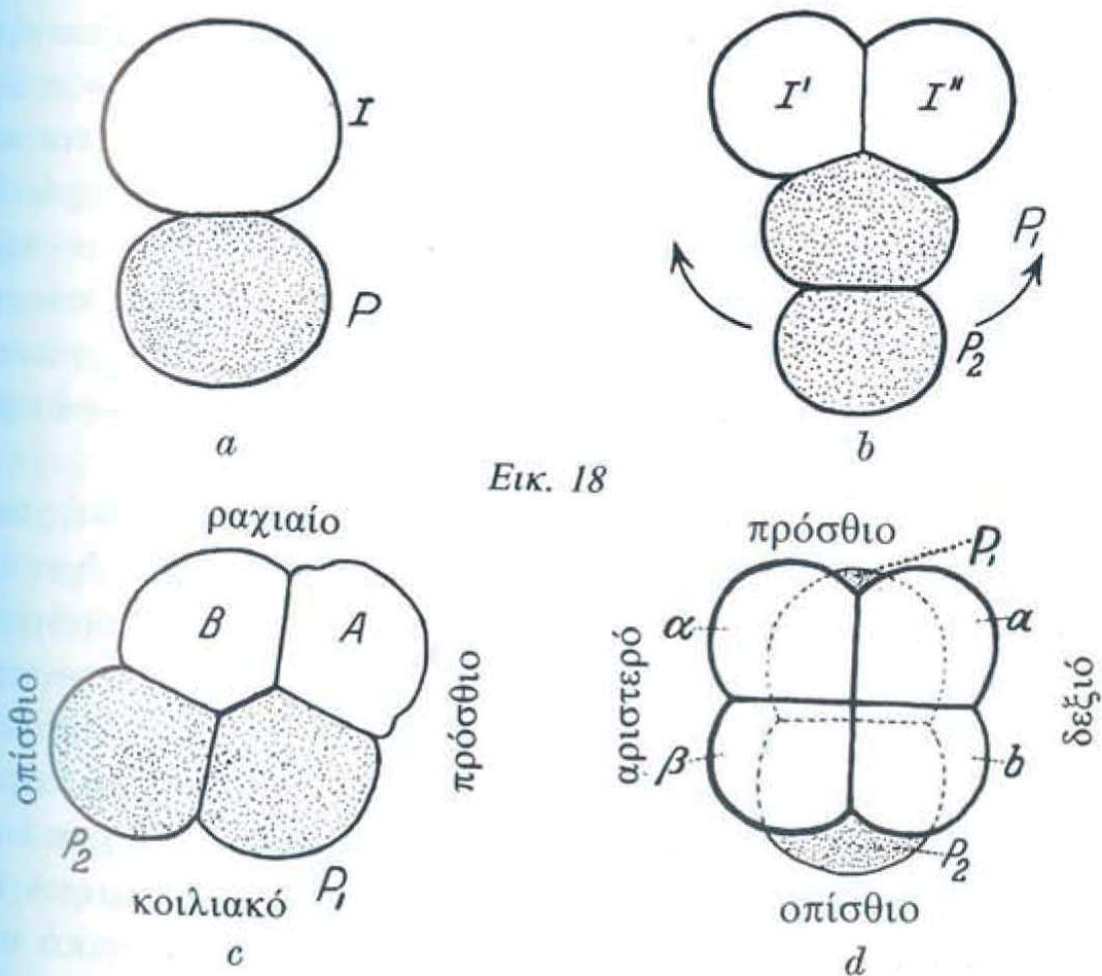
a₃ και b₃. Τα μικρότερου μεγέθους αλλά ολόκληρα γαστρίδιο και πλουτέας που πέτυχε στη πράξη.

εικόνες του Driesch. Πρέπει να παραδεχτούμε ότι δεν γίνεται το ίδιο για όλα τα είδη. Η ανακάλυψη του Driesch οδήγησε στη διάκριση ανάμεσα στην πραγματική και την ενδεχόμενη τύχη των περισσότερων μερών του ωαρίου. Ο ίδιος ο Driesch μιλά για μελλοντική σημασία (prospective Bedeutung), και όχι για μελλοντική δυνατότητα (prospektive Potenz): η δεύτερη είναι ευρύτερη από την πρώτη αλλά περιορίζεται κατά την πορεία της ανάπτυξης. Θα διευκρινίσω αυτό το βασικό σημείο με ένα άλλο παράδειγμα που προέρχεται από τον καθορισμό των «ματιών» των άκρων των αμφιβίων. Σύμφωνα με πειράματα που εκτελέστηκαν από τον R.G. Harrison, ο οποίος μεταμόσχευσε δισκοειδή μέρη από το εξωτερικό τοίχωμα του σώματος που αντιπροσώπευε τα «μάτια»

* προνύμφη των Εχινοειδών.

των μελλοντικών άκρων, ο κατά μήκος άξονας καθορίζεται κάθε φορά από το αν η μεταμόσχευση μπορεί ακόμη να αντιστρέψει τον άξονα από την πλάτη προς την κοιλιά και τον μεσοπλευρικό άξονα· έτσι, σ' αυτό το στάδιο, οι αντιθέσεις του αριστερού και του δεξιού ανήκουν ακόμη στις μελλοντικές δυνατότητες του δίσκου, και εξαρτάται από την επίδραση των γύρω ιστών με ποιον τρόπο θα πραγματοποιηθεί αυτή η δυνατότητα.

Η βίαιη διείσδυση στη φυσιολογική ανάπτυξη από τον Driesch αποδεικνύει ότι η πρώτη διαίρεση του κυττάρου μπορεί να μην καθορίζει αποφασιστικά το αριστερό και το δεξιό του αναπτυσσόμενου οργανισμού. Αλλά ακόμη και στη φυσιολογική ανάπτυξη, το επίπεδο της πρώτης διαίρεσης μπορεί να μην είναι το κεντρικό. Τα πρώτα στάδια της διαίρεσης του κυττάρου έχουν μελετηθεί προσεχτικά για το σκου-



Εικ. 18

λήκι *Ascaris megaloccephala*, του οποίου μέρη του νευρικού συστήματος είναι ασυμμετρικά. Πρώτα το γονιμοποιημένο ωάριο σχίζεται σέ ένα κύτταρο I και σε ένα μικρότερο P προφανώς διαφορετικής φύσεως (Εικόνα 18). Στο επόμενο στάδιο χωρίζονται κατά μήκος δύο επιπέδων I' + I'' και P₁ + P₂ αντίστοιχα, που είναι κάθετα μεταξύ τους. Μετά από αυτό, το P₁ + P₂ περιστρέφεται έτσι ώστε το P₂ να έρθει σε επαφή ή με το I' ή με το I''. ας ονομάσουμε B εκείνο με το οποίο έρχεται σε επαφή και A το άλλο. Έχουμε τώρα ένα είδος ρομβοειδούς και χοντρικά η διεύθυνση AP₂ αποτελεί τον κατά μήκος άξονα και η διεύθυνση BP₁ τον από πάνω προς τα κάτω. Μόνο κατά την επόμενη διαίρεση, που, κατά μήκος ενός επιπέδου κάθετου στο επίπεδο διαχωρισμού των A και B, σχίζει και τα A και B σε δύο συμμετρικά μισά A = α + α, B = β + β, γίνεται ο καθορισμός του αριστερού και του δεξιού. Μια περαιτέρω ασήμαντη μετατόπιση της απεικόνισης καταστρέφει την αμφίπλευρη συμμετρία. Οι ερωτήσεις που προκύπτουν είναι κατά πόσον ο προσανατολισμός των δύο διαδοχικών μετατοπίσεων αποτελεί ένα τυχαίο γεγονός που καθορίζει πρώτα το εμπρός - πίσω και έπειτα το αριστερό - δεξιό, ή κατά πόσον η σύσταση του ωαρίου περιλαμβάνει ειδικούς παράγοντες οι οποίοι καθορίζουν τον προσανατολισμό αυτών των μετατοπίσεων. Η υπόθεση της ανομοιογένειας στη σύσταση του ωαρίου που ευνοεί τη δεύτερη ερώτηση φαίνεται να είναι πιο πιθανή για τα είδη *Ascaris*.

Γνωρίζουμε έναν αριθμό περιπτώσεων γονοτυπικής αναστροφής όπου η γενετική σύσταση των δύο ειδών έχει την ίδια σχέση όπως η ατομική σύσταση δύο εναντιόμορφων κρυστάλλων. Πιο συχνή όμως είναι η φαινοτυπική αναστροφή. Η αριστεροχειρία στους ανθρώπους είναι ένα παράδειγμα. Δίνω κι άλλο ένα, ακόμη πιο ενδιαφέρον. Πολλά καρκινοειδή της τάξης του αστακού έχουν δύο μορφολογικά και λειτουργικά διαφορετικές δαγκάνες, μια μεγαλύτερη A και μια μικρότερη α. Ας υποθέσουμε ότι σε φυσιολογικά ανε-

πτυγμένα άτομα του είδους μας, η Α είναι η δεξιά δαγκάνα. Αν σ' ένα νεαρό ζώο αποκόψετε τη δεξιά δαγκάνα, λαμβάνει χώρα αντιστροφική αναγέννηση: η αριστερή δαγκάνα αναπτύσσεται στη μεγαλύτερη μορφή Α, ενώ στη θέση της δεξιάς αναγεννάται μια μικρή του τύπου της α. Πρέπει να συμπεράνουμε απ' αυτή και από παρόμοιες εμπειρίες τη διπλή δυνατότητα του πρωτοπλάσματος, δηλαδή ότι όλοι οι γενεσιουργοί ιστοί που περικλείουν τη δυνατότητα ασυμμετρικού χαρακτήρα έχουν τη δυνατότητα να παράγουν και τις δύο μορφές. Εντούτοις, σε φυσιολογική ανάπτυξη, αναπτύσσεται πάντα η μία μορφή, η αριστερή ή η δεξιά. Καθεμιά από τις δύο είναι γενετικά καθορισμένη, αλλά μη κανονικές εξωτερικές περιστάσεις μπορεί να προκαλέσουν αναστροφή. Για το παράξενο φαινόμενο της αντιστροφικής αναγέννησης, ο Wilhelm Ludwig ανέπτυξε την υπόθεση ότι οι αποφασιστικοί συντελεστές στην ασυμμετρία μπορεί να μην είναι τέτοιες ειδικές δυνατότητες, όπως, ας πούμε, η ανάπτυξη μιας «δεξιάς δαγκάνας τύπου Α», αλλά δύο παράγοντες, ο R και ο L (Right = δεξιός και Left = αριστερός), που είναι κατανεμημένοι μέσα στον οργανισμό με κάποια κλιμάκωση, καθώς η συγκέντρωση του ενός λιγοστεύει από τα δεξιά προς τα αριστερά και του άλλου κατά την αντίθετη διεύθυνση. Το ουσιαστικό σημείο είναι ότι δεν υπάρχει ένα αλλά δύο αντίθετα κλιμακούμενα πεδία R και L. Ποιο από τα δύο είναι ισχυρότερο καθορίζεται από τη γενετική σύσταση. Αν όμως, από κάποια δυσλειτουργία του κυρίαρχου παράγοντα, αλλάξει αμοιβαία η ισχύς, τότε λαμβάνει χώρα αναστροφή. Επειδή είμαι μαθηματικός και όχι βιολόγος, αναφέρομαι πολύ προσεκτικά σ' αυτά τα θέματα, που μου φαίνονται πολύ υποθετικά. Αλλά είναι ξεκάθαρο ότι η αντίθεση του αριστερού και του δεξιού είναι συνδεδεμένη με τα βαθύτερα προβλήματα που αφορούν τη φυλογένεση και την οντογένεση των οργανισμών.

Ο κεκλιμένος πύργος της Πίζας με την υψηλής τάξης περιστροφική του συμμετρία και ο καθεδρικός ναός με σχέδια γραμμικής μεταφορικής συμμετρίας (βλ. σελίδα 77).

